

Oefeningentoets differentiaalvergelijkingen, deel 1

woensdag 16 november in lokaal 200C 01.17 (aula B van blok C) van 10:30 to 12:30u

Beste student,

Deze toets heeft twee oefeningen uit het eerste deel van de cursus Differentiaalvergelijkingen. Er zal nog een tweede toets zijn eind december over de oefeningen uit het tweede deel van de cursus. Samen tellen deze twee toetsen mee voor 20% van je eindscore op "Differentiaalvergelijkingen".

Schrijf je naam op elk blad dat je afgeeft.

Je mag je cursustekst gebruiken maar geen uitgewerkte oefeningen. Ook een zakrekenmachine (geen GSM of iPhone) is toegelaten maar niet echt nodig. Geef het antwoordblad af waarbij je zoveel bladen mag toevoegen als je nodig hebt. De oefeningen worden verbeterd door de assistenten.

Naam:

Vraag 1: Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Toon aan dat $\{i, -i\}$ de verzameling van eigenwaarden van A is en vind de bijbehorende eigenvectoren.
- b) Vind vier linear onafhankelijke oplossingen $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^4$ van $y' = Ay$.
- c) Ga na voor welke positieve gehele even getallen n de volgende uitspraak waar is:

Uitspraak: Zij B een constante inverteerbare $n \times n$ matrix met zuiver imaginaire eigenwaarden. Als $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ een oplossing is van $y' = By$, dan is y begrensd.

Naam:

Vraag 2: Gegeven is de differentiaalvergelijking

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0.$$

- a) Geef de bijbehorende indiciaalvergelijking en los deze op.
- b) Vind twee lineair onafhankelijke Frobenius reeks oplossingen.
- c) Herschrijf de reeksen in termen van bekende (elementaire) functies.