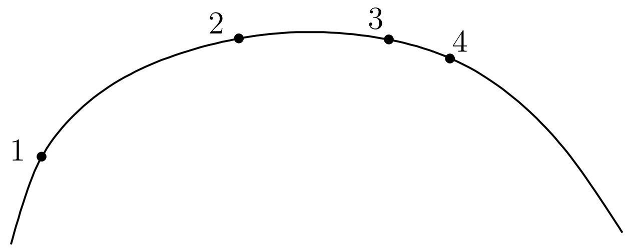
Proeftoets Algemene natuurkunde 1

Vraag 1 (3ptn)

1. Stel dat $\vec{a}$ en $\vec{b}$ de positievectoren van de punten A en B zijn. Geef een uitdrukking voor de positievectoren van de punten op de rechte AB.

2. In de figuur stellen 1, 2, ... de positie van een deeltje voor op tijden t_0, $2t_0$, ... Teken de vectoriële snelheid en versnelling in punt 3.



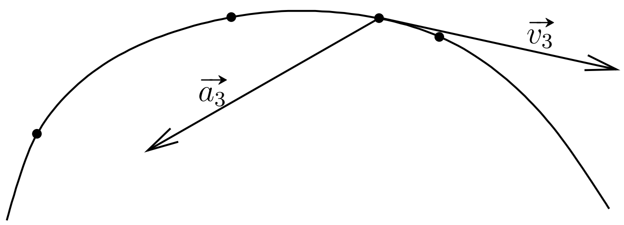
Oplossing

1) De rechte AB is evenwijdig met $\vec{b} - \vec{a}$. Je krijgt alle punten op AB door bij de positievector van A een veelvoud van $\vec{b} - \vec{a}$ te tellen. Deze punten zijn daarom gegeven door

$$\vec{a} + t\,(\vec{b} - \vec{a}) = (1-t)\,\vec{a} + t\,\vec{b} \quad \text{met } t \in \mathbb{R}.$$

2) De vectoriële sneheid $\vec{v_3}$ in punt 3 raakt aan de gevolgde baan. De zin van $\vec{v_3}$ wordt bepaald door de volgorde waarin de punten doorlopen worden.

We zien uit de figuur duidelijk dat de baansnelheid van het deeltje afneemt. De tangentiële component van $\vec{a_3}$, de versnelling in punt 3, is daarom tegengesteld gericht aan $\vec{v_3}$. Anderzijds is er ook een normale component van de versnelling omdat de baan gekromd is.



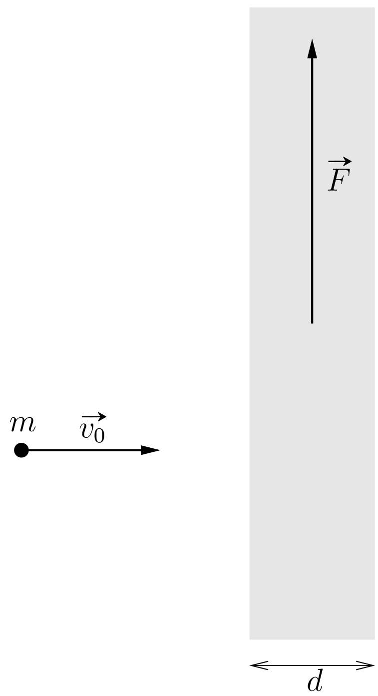
Vraag 2 (7ptn)

Een puntmassa m vliegt met snelheid $\vec{v_0}$ loodrecht af op het grijze gebied, zie de figuur. Binnen dit gebied van dikte d ondervindt ze een constante kracht $\vec{F}$, buiten het gebied werkt er geen enkele kracht in op m. Dit model beschrijft ondermeer de werking van een kathodestraalbuis waar een elektron tussen de platen van een condensator gestuurd wordt.

1. Voor kleine F zal de doorgang door het grijze gebied de beweging van m weinig beïnvloeden. Bepaal wat 'klein' wil zeggen in termen van m, d en v_0 zonder eerst de details van de beweging uit te werken.

2. Teken en bereken de baan van m.

3. Vergelijk de oorspronkelijke snelheid $\vec{v_0}$ van het deeltje met de snelheid dat het heeft nadat het het grijze gebied verlaat.

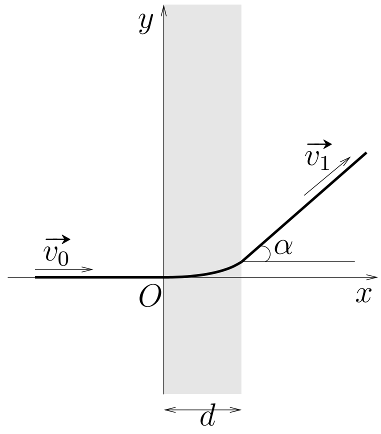


Oplossing

1) Je moet F vergelijken met een grootheid van dezelfde dimensie, namelijk MLT^{-2}. De enige dergelijke grootheid die je kan construeren in termen van m, v_0 en d is mv_0^2/d. F klein wil dus zeggen dat $F \ll mv_0^2/d$.

2) Buiten het grijze gebied werkt er geen kracht in op m, binnen het gebied is m onderhevig aan een constante kracht $\vec{F}$. De massa m zal daarom een eenparig rechtlijnige beweging uitvoeren buiten het grijze gebied en een eenparig versnelde beweging er binnen.

We kiezen een Oxy-assenstelsel zodanig dat $\vec{v_0}$ gericht is volgens de positieve x-as en zodanig dat m zich in de oorsprong bevindt voor $t = 0$. Binnen het grijze gebied ondervindt m een constante kracht $\vec{F} = F\,\hat{\mathbf{j}}$ wat een constante versnelling $F/m\,\hat{\mathbf{j}}$ te weeg brengt. Aangezien de x-component van de kracht altijd nul is, wordt de x-component van de positievector $\vec{r}$ van m gegeven door $v_0 t$. De massa zal het grijze gebied langs rechts dan ook verlaten wanneer $t \geq t_1$ met $v_0 t_1 = d$.



We onderscheiden drie fasen in de beweging:

- voor $t \leq 0$ is $\vec{r}(t) = \vec{v_0} t = v_0 t\,\hat{\mathbf{i}}$.
- voor $0 \leq t \leq t_1$ is $\vec{r}(t) = v_0 t\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{F}{2m}\,t^2\,\hat{\mathbf{j}}$. De snelheid van m op t_1 is dan gelijk aan $\vec{v_1} = \vec{v}(t_1) = v_0\hat{\mathbf{i}} + \frac{F}{m}\,t_1\,\hat{\mathbf{j}} = v_0\hat{\mathbf{i}} + \frac{Fd}{mv_0}\,\hat{\mathbf{j}}$.
- op tijd t_1 bevindt m zich in het punt $v_0 t_1\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{F}{2m}\,t_1^2\,\hat{\mathbf{j}}$ met snelheid $\vec{v_1}$. Voor latere tijden wordt de positie dan gegeven door $v_0 t_1\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{F}{2m}\,t_1^2\,\hat{\mathbf{j}} + (t - t_1)\vec{v_1} = v_0 t\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{Fd}{mv_0}\left(t + \frac{d}{2v_0}\right)\hat{\mathbf{j}}$.

3) De snelheid na doorgang door het grijze gebied is toegenomen tot

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{F^2 d^2}{m^2 v_0^2}} = v_0\sqrt{1 + \frac{F^2 d^2}{m^2 v_0^4}}.$$

Verder is de richting van de snelheid veranderd: de baan van het deeltje is afgebogen over een hoek α gegeven door

$$\tan\alpha = \frac{Fd}{mv_0^2}.$$

Merk op dat telkens de dimensieloze grootheid Fd/mv_0 de correctie bepaalt op de eenparig rechtlijnige beweging die m zou uitvoeren moest $F = 0$ zijn.