

Proefexamen lineaire algebra (t.e.m. hfst. 3)

Vraag 1

Zij V een vectorruimte en zij $v_1, v_2, \dots, v_n$ verschillende vectoren uit V , allen niet gelijk aan nul.

Vraag 1a.

Bewijs dat $\{v_1, \dots, v_n\}$ lineair afhankelijk is als en slechts als er een $k \in \{2, 3, \dots, n\}$ bestaat zodat v_k een lineaire combinatie is van $v_1, \dots, v_{k-1}$.

Vraag 1b.

Stel dat $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ voortbrengend is voor V . Bewijs dat je die verzameling kunt uitdunnen tot een basis voor V .

Vraag 2

Waar of onwaar? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

Vraag 2a.

Zij $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, zodat $A \cdot B = 0$. Dan is $B \cdot A = 0$.

Vraag 2b.

Zij U en W deelruimten van $\mathbb{R}^n$, met $\dim U + \dim W > n$. Dan is $U \cap W \neq \{0\}$.

Vraag 2c.

Zij $n \geq 3$ en $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Veronderstel dat $\text{adj}(A) = A$. Dan geldt dat $\det A$ gelijk is aan 1, -1, of 0.

Vraag 3

$U \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$ is de deelverzameling van alle bovendriehoeksmatrices.

Vraag 3a.

Toon aan dat U een deelruimte is van $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Vraag 3b.

Geef een voorbeeld van een deelruimte van $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ genaamd W , zodat U en W complementaire deelruimtes zijn. Bewijs je antwoord.