

Tussentijdse toets Algebraïsche Structuren  
maart-april 2012

---

**Naam:** .....

**Voornaam:** .....

---

1. Stel dat  $G$  een groep is zodat  $g^2 = e_G$  voor alle  $g \in G$ .
  - (a) Toon aan dat  $G$  commutatief is.
  - (b) Is de groep  $G$  dan cyclisch? Toon aan of geen een tegenvoorbeeld.
2. Zij  $G$  een eindige groep, en  $\alpha : G \rightarrow G$  een groepsmorfisme zodat  $\alpha \circ \alpha = Id$  en  $\alpha(g) \neq g$  voor alle  $g \in G \setminus \{e_G\}$ .
  - (a) Beschouw  $\phi : G \rightarrow G : g \mapsto g^{-1} * \alpha(g)$ . Toon aan dat  $\phi$  een bijectie is.
  - (b) Toon aan dat  $\alpha(g) = g^{-1}$  voor alle  $g \in G$ .
3. (a) Bepaal  $5^{2011} \cdot 3^{999} \bmod 56$ .
  - (b) Toon aan dat de vergelijking  $x^2 + y^2 = [5^{2011} \cdot 3^{999}]_{56}$  geen oplossingen  $(x, y) \in \mathbb{Z}_{56}$  heeft. (Hint: Wat zijn de mogelijke waarden voor  $x^2 \bmod 8$  als  $x \in \mathbb{Z}$ ?)