Studietoets Analyse I (2009)

NAAM en voornaam:...

Studierichting: ....

Vraag	**1**	**2**	**3**	**4**
Score				

---

1. Wat bedoelt men precies wanneer men in de context van limieten van functies van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ zegt dat
$$\frac{+\infty}{L} = -\infty \quad \text{voor alle } L \in \mathbb{R}_0^- \text{ ?}$$
Bewijs dan dat deze uitspraak correct is door enkel te steunen op de definitie van limiet van een functie. Geef dit bewijs in het geval het limieten betreft in een (eindig) ophopingspunt $a \in \mathbb{R}$ van het domein van de betrokken functies.

2. Veronderstel dat $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ een rij is in $\mathbb{C}$ zo dat $x_n \to 0$. Toon aan dat er een deelrij $(x_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ bestaat zo dat de reeks $\sum_{k=0}^{\infty} x_{n_k}$ absoluut convergeert.

3. Beschouw een rij $(f_n)_n$ van functies van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ die puntsgewijs convergeert naar een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Veronderstel dat de convergentie bovendien uniform is op $\mathbb{R}_0$. Mag je besluiten dat de convergentie uniform is op gans $\mathbb{R}$? Argumenteer!

4. Beschouw een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die continue afgeleiden heeft minstens tot en met de vierde orde. Zij $a \in \mathbb{R}$ een punt waarvoor $f'(a) = f''(a) = f'''(a) = 0$. Toon aan dat f in a een lokaal minimum (resp. maximum) bereikt als $f^{(4)}(a) > 0$ (resp. $f^{(4)}(a) < 0$).