| Vraag: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Totaal |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punten: | 3 | 4 | 5 | 4 | 4 | 20 |
| Score: | | | | | | |

# Proefexamen Kansrekenen I (G0W66A)

**Naam :** **Richting :**

Lees volgende aanwijzingen alvorens aan het proefexamen te beginnen

- Gedurende het eindexamen zal je gebruik mogen maken van niet-grafisch rekenmachine, formularium en statistische tabellen. Op het formularium en de tabellen mag niets geschreven staan! Berekeningen moeten altijd schriftelijk uitgevoerd worden tot het moment dat je de waarde zou kunnen opzoeken in een statistische tabel. Bijvoorbeeld: het uitrekenen van een kans onder een normale verdeling moet herleid worden tot een kans onder een standaardnormale verdeling, een binomiale kans moet herleid worden tot een kans onder een normale verdeling (indien CLS van toepassing is). Wanneer het nodige aantal vrijheidsgraden niet in de tabel staat, mag je gaan kijken bij het dichtstbijzijnde aantal dat wel in de tabel staat. Werk met 4 cijfers na de komma!
- Let op
  - correct (numeriek) antwoord zonder uitleg (of foute uitleg) is weinig/niets waard!
  - fout (numeriek) antwoord zonder uitleg is niets waard.
  - fout numeriek antwoord (bvb ten gevolge van een rekenfout) met juiste afleiding is veel waard.

  Toon dus DUIDELIJK aan hoe je tot ieder numeriek resultaat komt (telegramstijl is toegelaten). Gebruik zoveel mogelijk de wiskundige notatie zoals die in de leerstof is aangebracht. Verklaar nieuwe symbolen.
- Om het eindexamen optimaal te simuleren, probeer je best om de oefeningen binnen **2 uur** tijd op te lossen.
- De oplossingen van dit proefexamen komen op 22 mei online. De oplossingen zullen ook een puntensleutel bevatten, waarmee je je score zelf kunt bepalen.

VEEL SUCCES !

1. (3 punten) Beoordeel de volgende uitspraak. Indien de uitspraak **juist** is, verklaar dan kort waarom. Indien de uitspraak **fout** is, leg dan uit wat er fout is en verbeter indien mogelijk:

   " De verzameling $\sigma(\mathcal{C})$ is de $\sigma$-algebra voortgebracht door de klasse $\mathcal{C}$, met

   - het universum $\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\}$,
   - $\mathcal{C} = \{\{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\delta, \varepsilon\}, \{\gamma, \varepsilon\}\}$ en
   - $\sigma(\mathcal{C}) = \{\emptyset, \{\gamma, \varepsilon\}, \{\delta, \varepsilon\}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\alpha, \beta, \delta\}, \{\gamma, \delta, \varepsilon\}, \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon\}, \Omega\}$."

2. (4 punten) Van een symmetrische variabele $X$ is geweten dat $\mathrm{E}\left[(X-1)^2\right] = 10$ en $\mathrm{E}\left[(X-2)^2\right] = 6$.

   (a) Bepaal de verwachtingswaarde en variantie van de variabele $X$.

   (b) Gebruik de verwachtingswaarde en de variantie die je vond in (a) om een zo nauwkeurig mogelijke schatting van $P(X > 15)$ te geven. Wees preciezer dan $P(X > 15) \in [0, 1]$. Indien je de verwachtingswaarde en variantie in deel (a) niet vond gebruik dan $\mathrm{E}[X] = 4$ en $\mathrm{Var}[X] = 4$ (dit zijn niet de juiste antwoorden).

3. (5 punten) *Yumm's* is een restaurant dat ook aan huis levert. Op hun website kan je terugvinden dat de gemiddelde wachttijd (tussen het moment waarop je bestelt en het moment waarop het eten geleverd wordt) 60 minuten bedraagt, met als standaarddeviatie 20 minuten. Ook restaurant *Tasty* levert aan huis, gemiddeld gezien met een wachttijd van 75 minuten met een standaarddeviatie van 10 minuten. Wanneer je eten bestelt, doe je dat 6 van de 10 keer bij *Yumm's*, en 4 van de 10 keer bij *Tasty*. Indien je veronderstelt dat beide wachttijden normaal verdeeld zijn, geef dan antwoord op onderstaande vragen.

   (a) Indien je een bestelling geplaatst hebt om 19 uur, en je eten wordt geleverd tussen 20.15 uur en 20.30 uur, hoe groot is dan de kans dat je bij *Yumm's* besteld hebt?

   (b) Indien je elke week bij *Yumm's* bestelt, hoe groot is dan de kans dat je eten gedurende één jaar (52 weken) minstens 10 keer tussen 20.15 uur en 20.30 uur geleverd werd?

4. (4 punten) De stochastische veranderlijke $X$ heeft de volgende dichtheidsfunctie

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{26}(x+2)^2 & -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

(a) Bepaal de momentgenererende functie (MGF) van $X$.

(b) De Taylorontwikkeling van de MGF van $X$ rond $t = 0$ wordt gegeven door (dit moet je zelf niet narekenen)

$$1 + \frac{4}{13}t + \frac{23}{130}t^2 + \frac{2}{65}t^3 + \ldots$$

Gebruik deze om $\mathrm{E}[X]$ en $\mathrm{Var}[X]$ te berekenen.

5. (4 punten) Stel s.v. $X_1$ is exponentieel verdeeld met dichtheid

$$f_{X_1}(x) = \frac{1}{6}e^{-\frac{x}{6}} \qquad \text{voor } x \geq 0$$

en s.v. $X_2$ is $\chi^2$ verdeeld met dichtheid

$$f_{X_2}(x) = \frac{1}{2^2\Gamma(2)}e^{-\frac{x}{2}}x^{2-1} \text{ voor } x \geq 0.$$

Wat is de verdeling van $X_1 + 3X_2$ indien $X_1$ en $X_2$ onafhankelijk zijn?