

H1 Basic concepts

- Atoomnummer Z : aantal protonen in de kern
- Massagetal A : round to nearest integer $\{m_{\text{nucleus}} / u\}$
- Atomaire eenheidsmassa u : $1/12$ atoommassa van ^{12}C
- Neutrongetal N : aantal neutronen in de kern
- Te bepalen kerneigenschappen (voor identificatie: Z gekend):
massa, straal, relatieve abundantie (stabiele kernen),
halfwaardetijden en vervalwijzen (radioactieve kernen),
reactiemodi en werkzame doorsneden, spin,
magnetisch dipool- en elektrisch quadrupoolmoment,
geëxciteerde toestanden, bindingsenergie, impulsmoment,
pariteit.
- Nucleaire tijdschalen hebben een enorm bereik:

^5He - en ^8Be -verval	$\sim 10^{-20} \text{ s}$	(strong force)
γ -verval	$\sim 10^{-12} \text{ s}$	(e.m.)
α - en β -verval	$> 10^0 \text{ s}$	(e.m. resp. weak)
- $c^2 = 931,502 \text{ MeV/u}$

H3 Nuclear properties

1. Nucleon radius

- niet precies gedefinieerd $\rightarrow$ operationele definitie:
 - $\vdash$ gemiddelde straal: dichtheid is de helft v/d centrale waarde
 - $\vdash$ skin thickness: afstand waarover dichtheid ρ $\rightarrow 0,1$ max
- bepalen op 2 manieren:
 - $\vdash$ via de ladingverdeling
 - $\vdash$ via de massaverdeling.

Distribution of nuclear charge

- bundels e^- schieten op kern en naar de hoekverdeling v/d
gescattd e^- kijken. $\lambda \leq$ afmeting kern $\approx 10^{-15} \text{ m}$ nodig.
- diffractie van schijf met diam = D : eerste minimum op $\theta = \sin^{-1}(\frac{\lambda}{D})$
Voor kernen zijn deze minima $\neq$ omdat de rand niet precies
gedefinieerd is.
- Roms op scattering met $\psi_e(k_i) \rightarrow \psi_e(k_f)$
is $\sim F(q) = \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} V(r) d\vec{r}$ met $\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$.
- inverse Fouriertransformatie van $F(q)$ geeft ons de
ladingsdichtheid $\rho(r)$, en deze blijft ongeveer constant
te zijn: $\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx \text{const} \Rightarrow R = R_0 A^{1/3}$ met $R_0 \approx 1,2 \text{ fm} = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
- alternatieve benadering met als model e^- -scattering op een
uniform geladen bol $\Rightarrow R_0 = 1,23 \text{ fm}$
- Een kern is geen puntlading, maar eerder sferisch. De potentiaal
 $V(r)$ gaat dus niet naar oneindig en e^- kunnen in de
kern binnenvallen, waar de potentiaal wijzigt.

1s orbitals
binnen de
kern

METHODE 2

Zee

METHODE 3

Neem ook model een uniform geladen bol. De gijvisige potentiaal $V(r)$ is ook te interpreteren als een verschil in energie $\Delta E = E' - E = \langle V' \rangle - \langle V \rangle = \frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2}{a_0^3}$ $a_0 =$ Bohr radius

ten opzichte van de energie in het puntladingmodel

Yommen, maar punt-kernen bestaan niet dus is ΔE te klein, moeten we E' experimenteel bepalen (via bv. K X-rays, maar daarvoor kennen we de hogere orbitals niet goed genoeg)

Oplossing: aangenomen $\Delta E \sim R^{12} - R^2 = R_0^2 (A^{1/3} - A^{2/3})$

Sonden we met K X-ray diffractie op verschillende kernen, wel een betrouwbare waarde voor ΔE_K (K X-ray isotopie shift) kunnen bekomen, (fig 3.6 p 52.)

~~We vinden $R_0 = 1,23$ fm, zoals eerder berekend.~~

We moeten echter wel het 1s-elektron relativistisch behandelen. We vinden dan $R_0 = 1,2$ fm

Analoog met de vorige oplossing kunnen we ook nuon de ΔE van optische overgangen kijken

Om een betrouwbare waarde voor R_0 te krijgen kan $\Delta E \sim \frac{1}{a_0^3}$ best groot zijn. Dit is niet echt het

geval, tenzij we muonische atomen gebruiken; $a_0^{\mu} = \frac{1}{207} a_0$
We vinden nu $R_0 \sim 1,25$ fm

~~zijn te baseren op een ΔE (niet geldig als $\Delta E \sim \frac{1}{a_0^3}$)~~

We kunnen ook kijken naar het verschil in Coulomb energie, voor een uniforme geladen bol waarbij we een neutron uitwisselen voor een proton en vice-versa: $\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 A^{2/3}}{R_0} \Rightarrow R_0 = 1,22$ fm

Men moet er wel voor zorgen dat het omgezetste nucleon in exact hetzelfde orbitaal terecht komt $\rightarrow$ mirror nuclei
meten via β -decay of kernreacties geïnduceerd met π^+ -bundel

Distribution of nuclear matter ~~(zelfde resultaten voor R_0)~~

experimenten beïnvloed door de sterke kernkracht
besorgen ons een manier voor de grootte v.d kern
(nu worden ook neutronen volledig betrokken (t.b.j. 2.7n experimenten))

α -scattering op een kern: zodra het α -deeltje op een afstand $\sim$ kernstraal komt, schiet de sterke kracht in actie en zal de Rutherford-scatteringsformule niet meer gelden (fig. 3.11 p 58)

Bons op α -vervol is afhankelijk v.d plaats waar de Coulomb-barrière zich bevindt $\sim$ kernstraal. Vergelijk de theoretische waarden met experimentele om R te bepalen

de pionen in de π -mesonen wolk rond kern zitten ook in "orbitals" en zenden π -mesic X-rays uit bij een overgang. Als de bomen overlappen met de kern, kunnen pionen geabsorbeerd worden door de kern, zodat er minder overgangen vanuit lage niveaus gebeuren: π -meson disappearance rate $\sim$ kernstraal.

zelfde resultaten: $R_0 \sim 1,2$ fm $\Rightarrow$ protonen en neutronen gelijk verdeeld over de kern !!

2 Mass and abundance of nuclides

$$E = mc^2 \rightarrow \text{mass} \text{ van nucleon}$$

- bindingsenergie (totale rustenergie)⁻¹ is typisch $8 \cdot 10^{-3}$. Voor ${}^1\text{H}$: $\sim 10^{-8}$
- massa meting: massa spectrograaf, ionenval
- isotopen en isobaren (zelfde massa) schillen: isotopen separator, ionenval, laser ionisatie
- door in een massa spectrograaf (fig 3.13 p61) ook het aantal events op straal n bij te houden, kan men de abundanties v/d isotopen bepalen.
- laser ionisatie (isotope separation): mengsel van e^- verschillen lichtjes voor isotopen: met zeer preciese laser een e^- van een soort isotoop exciteren, daarna wegslaan met een laser met iets bredere spectrum (geëxciteerde baren eerder continue dan discreet) $\rightarrow$ overblijvend ion afbringen in elektrisch veld.

3 Nuclear binding energy

- mass energy / rustenergie ν : $m({}^A\text{X})c^2 - Zm_e c^2$ (binding E v/d e^-)

- bindingsenergie v/d kern $B = \{Zm_p + Nm_n - [m({}^A\text{X}) - Zm_e]\}c^2 > 0$

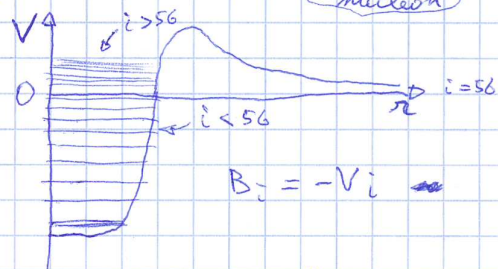
$B > 0$ voor kernen lichter dan ${}^{56}\text{Fe}$, $B < 0$ voor kernen zwaarder dan ${}^{56}\text{Fe}$
(maximale B bij Fe)

- proton/neutron separation energy: $S_p = \{m({}^{A-1}_{Z-1}\text{X}_N) - m({}^A_Z\text{X}_N) + m_p\}c^2$
 $S_n = \{m({}^{A-1}_Z\text{X}_{N-1}) - m({}^A_Z\text{X}_N) + m_n\}c^2$

- gemiddelde bindingsenergie per nucleon B/A gaat naar beneden (fig 3.16 p67)
vanaf ${}^{56}\text{Fe}$: extra nucleonen binden (vorm ∞) kost nu energie:
 $B_i < 0$ voor $i > 56$, maar natuurlijk blijft $\sum B_i = B > 0$. (i-de gebonden nucleon)

Ook in de kern is er een schillenmodel waarbij de schillendensiteit hoger wordt naarmate je verder van de kern zit

Tekening: voor zware kernen begin je de schillen met $V > 0$ en dus $B < 0$ te vullen. Dit is mogelijke dankzij de Coulomb-barrière!



- verklaring v/d B/A -grafiek via Vloeistof-druppel model:
$$B(Z,A) = \alpha_v A - \alpha_s A^{2/3} - \frac{\alpha_c Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

- $\alpha_v A$: 1ste term of volume term: nucleon interacteert enkel met naaste buren
- $\alpha_s A^{2/3}$: oppervlakteterm: hier geldt $\alpha_v A$ niet helemaal meer. (omdat $A(A-1)$ -term)
- $\frac{\alpha_c Z(Z-1)}{A^{1/3}}$: Coulomb-repulsion term

- $\alpha_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A}$: symmetry term: als $Z = N = \frac{1}{2}A$ levert deze geen negatieve bijdrage
- $\delta = \pm \alpha_p A^{-3/4}$: pairing term: + voor Z en N even: volledig p -paar en n -paar is voordelig; - voor Z en N oneven: 1 ongepaard p en 1 ongepaard n is nadelig: men gaat meestal liever een v/d Z omzetten om toch paar te kunnen vormen

- de constanten α 's worden empirisch bepaald. Uit het resultaat leidt men de semi-empirische massaformule af:
$$M(Z,A) = Zm_p + Nm_n - B(Z,A)/c^2$$

- voor constante A levert dit curves $M(Z)c^2 \sim Z^2$ op (hoe langer hoe voordeliger) (fig 3.18 p69). Merk op dat als $A = \text{even}$, er een shift $\pm \delta$ is tussen de $Z, N = \text{even}$ en $Z, N = \text{oneven}$ curves, zoals voorspeld.
 $\rightarrow Z, N = \text{oneven}$ kom in 2 richtingen vervallen (${}^{53}\text{I}$); ook is double β -decay mogelijk

ontdijgen van de kern heeft $\rightarrow$ parabol $\sim$ stabiliteitsvallei

4 Nuclear angular momentum and parity

- angular momentum $\vec{L}$
en spin $\vec{S}$:
 $m_L = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm |\vec{L}|\}$
 $m_S = \{\pm \frac{1}{2}\}$
 $|\vec{S}| = s; |\vec{L}| = l$
 $\langle L^2 \rangle = \hbar^2 |\vec{L}|(|\vec{L}|+1)$
 $\langle S^2 \rangle = \hbar^2 |\vec{S}|(|\vec{S}|+1)$
 $\langle L_z \rangle = \hbar m_L$
 $\langle S_z \rangle = \hbar m_S$
- kern gedraagt zich alsof het een één-veuldige entiteit met
omgave moment $\vec{I}$ is, ($\vec{I} = \vec{L} + \vec{S}$) ook wel "nuclear spin" genoemd
 $\langle I^2 \rangle = \hbar^2 I(I+1)$; $I_z = m\hbar$ met $m = -I, \dots, +I$ (of I nu integer of niet!)
De koppeling tussen 2 nucleonen met spin up en down is echter zo
sterk dat in even-A kernen $\vec{S}$ wegvalt ($\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 \rightarrow \vec{I}$ is integer
O of als 2 odd + N odd = A even: $\vec{I} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 \rightarrow \vec{I}$ is (nog steeds) integer
in odd-A kernen schiet er echter één nucleon over, en dit wil
dom alle kerneigenschappen bepalen: $I = I_1 = J = l_1 + s_1 \rightarrow \vec{I}$ is half integer
Dus soms $I = J$, maar soms ook $I = J_1 + J_2$, of zelfs $I = J_{\text{core}} + J_{\text{particle}}$
de s-substates kunnen dus niet opsplitsen (behoorlijk één bij odd-A)
maar de l-substates wel: $2I+1$ degeneracy (even A: $\vec{I} = \vec{L}$)
- parity: even ($\pi = +$) of odd ($\pi = -$).
koppelen: $\pi = \pi_1 \pi_2 \pi_3 \dots \pi_A$
kernspin + pariteit: I^π (beiden in één notatie)

Inconsistentie/breuk
uitleg op p. 70-71.
Mischien anderszins
in chapter 5?

p. 74: "In nuclei, the pairing force
favors the coupling of nucleons
so that $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0 = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ "

5 Nuclear electromagnetic moments

- de sterke kernkracht bewerkstelligt de verdeling en beweging
van nucleonen, die we kunnen bepalen via de e.m. interactie
- We kunnen de effecten in twee termen uit
de elektrische ($\rightarrow$ ladingverdeling) en magnetische ($\rightarrow$ stroomverdeling)
multipolmomenten: monopool $\sim \frac{1}{r^2}$, dipool $\sim \frac{1}{r^3}$, etc.
nulde eerste ... multipool-moment
- kern is geneigd simpele, symmetrische vormen aan te nemen
 $\rightarrow$ enkel de laagere orde termen nodig.
- pariteit van elektrische momenten: $(-1)^L$ $L = \text{orde}$
magnetische $(-1)^{L+1}$
- verwachtingswaarde v.e. bepaald moment $\Theta: \int \psi_i^* \Theta \psi_i d\tau$
 $\rightarrow j=i$: statische multipolmomenten: $\pi = +: M1, E2, \dots$
 $\rightarrow j \neq i$: dynamische " $\pi = +: M1, E2, M3, \dots$
of $\pi = -: E1, M2, E3, \dots$
- de excitatie van kern toestanden door emissie van foton:
vraag: welke multipool is verantwoordelijk voor de straling?
vb: $3^- \rightarrow 1^+$: $\Delta\pi = - \Rightarrow E1, M2, E3, M4, \dots$
koppeling van foton met kern. Ifoton $\Delta I = 2 \Rightarrow 3^- + \text{foton} = 1^+$
= orde v.d. multipool!
zoekt $1 = |3 - I_{\text{foton}}|, \dots, |3 + I_{\text{foton}}|$
dus $I_{\text{foton}} \geq 2 \rightarrow$ alles vanaf M2

Wanneer een
straling uitgaat,
ENKELE M1, E2, ...
mogelijke!!!

"monopole moment"
(EO = Coulomb)

M1 $\rightarrow$

E2 $\rightarrow$

- magnetisch dipoolmoment $\mu = \frac{e\hbar}{2m} l$; magneton $\frac{e\hbar}{2m}$
voor e^- : Bohr magneton μ_B ; voor nucleonen: μ_N ,
met g de gyromagnetische verhouding (g-factor): $\mu = \mu_N g$ $\begin{cases} +: g_e = 1 \\ -: g_e = 0 \end{cases}$
- Zowel bij e^- als bij p^+ en n^0 (hier o.w.v. quark substructuur) is
er ook een intrinsiek magnetisch moment, met een spin g-factor:
 $\mu = \frac{1}{2} g_s \mu_N$. Voor e^- : $g_s = 2$. Voor p^+ : $g_s \approx 5,6$. Voor n^0 : $g_s \approx -3,8$
 $\rightarrow$ NIET-NUL!
elektrisch quadrupoolmoment $Q = \int \psi_i^* (3z^2 - r^2) \psi_i d\tau$. Symmetrisch: $Q = 0$
deeltje in xy-vlak (oblaat): $Q \approx -\langle r^2 \rangle$; deeltje volgens z-as (prolaat): $Q \approx +2\langle r^2 \rangle$

H4 Force between nucleons

- nucleon-nucleon interactie is afh. v/d onderlinge opijning v/d spins $\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow, \downarrow\downarrow$
- heeft een repulsive term en typisch een extremum, zodat internucleon-oefstand ~ 0.5 .
- heeft een noncentral of tensor component, die orbital angular momentum niet behoudt

1 Deuteron

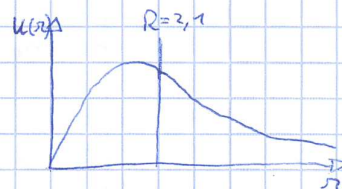
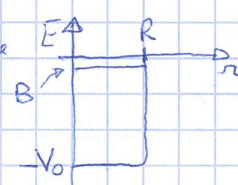
- ^2H -kern: p met n: zo zwak gebonden dat er geen geëxciteerde toestanden zijn
- Binding energie $\sim 2.2 \text{ MeV}$: $B/A \approx 1.1 \text{ MeV} \rightarrow$ een zwak t.a.v. typische 8 MeV

- massa dubbel method: $[m(^4\text{He}) - m(^3\text{He})] \cdot c^2$

- fusie: $^1\text{H} + n \rightarrow ^2\text{H} + \gamma$

- splijting: $\gamma + ^2\text{H} \rightarrow ^1\text{H} + n$ (fotodissociatie) $B = E_\gamma$

- $V_0 \approx 35 \text{ MeV}$, een typische nucleon $R \approx 2.1 \text{ fm}$, ook redelijk.



- golf functie ($l=0$) $u(r)$ "turns over" binnen de grens $r=R$. Indien

dit niet zo was, zou de sinus niet "mooi" kunnen koppel en om de exponentieel, dus $u(r)/dr$ zou discontinu zijn en er zou geen bound state zijn.

Spin en parity

- $\vec{I} = \vec{L} + \vec{S}_p + \vec{S}_n$ en de gemeten waarde is $I=1$.

- er zijn nu nog 4 mogelijkheden: S_p en S_n parallel met $l=0, 1, 2$ of S_p en S_n antiparallel met $l=1$.

- uit experiment weten we dat $\pi = + = (-1)^l$ dus $l=0$ of $l=2$ en S_p en S_n zijn parallel.

- Magnetisch dipoolmoment: als $l=0$ zal er geen bijdrage van de orbitalen zijn tot het magn. dip. moment en hebben we dus enkel de intrinsieke momenten: $\mu = \mu_p + \mu_n$.

Dit blijkt experimenteel bijna te kloppen; we besluiten dat het deuteron 96% $l=0$ en 4% $l=2$ is.

- Elektrisch quadrupoolmoment: als $l=0$ zou $Q=0$ en opnieuw is dit bijna het geval en besluiten we 96% $l=0$ en 4% $l=2$.

! deze goede overeenkomst moet als toeval beschouwd worden, want er is geen reden om te geloven dat de formules voor μ van een vrij deeltje ook gelden in een atoomkern.

- Deze mixing is een sterk argument voor het bestaan van een noncentral tensor-komponent v/d sterke kernkracht (l niet behouden)

2 Nucleon-nucleon scattering

- een verscheiden van nucleon-kern scattering waar vele nucleonen bij betrokken zijn

- inkomende vlakke golf, uitgaande sferische golf.

- square well potential $\rightarrow$ scattering op ^1H -kern.

- impactparameter is van de orde $R \approx 1 \text{ fm} \Rightarrow$ corresponderende orbitaal moment $m v R = \hbar l$. Dus als $m v R \ll \hbar \Rightarrow$ enkel $l=0$ bijlage, en ook is dan $T \approx 20 \text{ MeV}$. We bekijken het geval $T \ll 20 \text{ MeV} \Leftrightarrow l=0$.

VLAKE
GOLVEN

- de oplossing v/b scatteringprobleem is te schrijven als $u(r) = C \sin(k_2 r + \delta)$ met een phase shift δ afkomstig van de coëfficiënten v/d golf functie.
- Als $V_0 = 0 \Leftrightarrow \delta = 0$; $V_0 < 0 \Leftrightarrow \delta > 0$ (attractief); $V_0 > 0 \Leftrightarrow \delta < 0$ (repulsief).
- M.o.w. de potentiaal soil door interactie in $r < R$ een phase shift veroorzaken in de hele golf functie (ook $r > R$). (zie fig 4.4 p89)

SFERISCHE
GOLVEN

- we doen de analyse opnieuw maar met een algemenere aanname; we zullen met sferische golven werken i/v vlakke
- $\psi_{incident} = A e^{ik_2 r} \rightarrow \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{ik_2 r}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right]$ is $A e^{ik_2 r}$ in probleem met reeksontw. past bij $k^2 = 0$ (zie 2.9)
- netto incoming ψ_{proor} brute outgoing brute incoming
- elastic scattering: het enige dat kon veranderen is de fase van de outgoing wave: $\frac{e^{ik_2 r}}{r} \rightarrow \frac{e^{i(k_2 r + \beta)}}{r} \rightarrow \psi_{out} = \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{i(k_2 r + \beta)}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right]$
- vergelijk dit met de vorige analyse waar men de sinusoplossing $u(r) = C \sin(k_2 r + \delta)$ dool. Je weet $\psi(r) = \frac{u(r)}{r}$ dus we vinden $A = k_2 C e^{-i\delta}$ en $\beta = 2\delta$.
- Schets:

$u(r) = \begin{cases} r < 0 \text{ en } \pi > 0 \end{cases}$
 $\psi(r) = \begin{cases} \text{voor en na} \\ \text{voor } r > 0 \end{cases}$

$u(r) = A \sin k_2 r$ (4.3)
 $u(r) = C \sin(k_2 r + \delta)$ (4.21)
 $\psi_{in}(r) = \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{ik_2 r}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right]$ (4.20)
 $\psi(r) = \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{i(k_2 r + \beta)}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right]$

negatieve
staat voor
scattering

- $\psi_{scattered} = \psi - \psi_{incident} = \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{i(k_2 r + 2\delta)}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right] - \frac{A}{2ik_2} \left[\frac{e^{ik_2 r}}{r} - \frac{e^{-ik_2 r}}{r} \right]$
 $= \frac{A}{2ik_2} (e^{2i\delta} - 1) \frac{e^{ik_2 r}}{r}$
 $\Rightarrow$ scattered particles per unit over $r_{scatt.} = \frac{\pi |A|^2}{mk_2^2} \sin^2 \delta$
- botsingsdoorsnede: $d\sigma = \frac{j_{scattered} \cdot r^2 d\Omega}{j_{incoming}}$ met $j_{inc} = \frac{\pi k_2 |A|^2}{m}$

ALGEMEEN

$\Rightarrow$ verband σ en δ : $\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta$

- Gebruik deze formule op de beschrijvingen met vlakke golven en vul δ in, bekomen uit de transcendente vgl $k_2 \cot(k_2 R + \delta) = k_1 \cot(k_1 R)$ zodat $\sigma \approx 4,6 \text{ mb}$ (4.17 p88)

$1b = 10^{-28} \text{ m}^2$

- Dit klopt voor "lage" (doch $\ll 20 \text{ MeV}$) energie, maar voor hoge E is $\sigma \approx 20,4 \text{ mb}$. Dit komt omdat we de spin-koppeling niet in rekening brachten: $\vec{S} = \vec{S}_p + \vec{S}_n$ heeft 4 mogelijke toestanden = 4 triplet orientaties; 3 in de triplet state, $S=1$ en 1 in de singlet state $S=0$. ($S_2 = +1, 0, -1$)
- Als deze toestanden verschillende σ hebben, is $\sigma = \frac{3}{4} \sigma_T + \frac{1}{4} \sigma_S$. We delen de $S=1$ benadering: dus $4,6 \text{ mb} = \sigma_T$. We weten dat (voor lage E) $\sigma = 20,4 \text{ mb} \Rightarrow \sigma_S = 67,8 \text{ mb}$.
- Dit is een groot verschil tussen de $S=1$ en $S=0$ states! $\Rightarrow$ nucleon force is spin dependent.

$S=1: \vec{S}_1 // \vec{S}_2$
in x_2 -vlak (2)
in x_2 -vlak (1)
③
 $S=0: \vec{S}_1 \perp \vec{S}_2$
omw (1) $\rightarrow$ ④

Scattering length en effective range

very low energy

- probleem: n-scattering op H_2 : golf functie van n is breder dan afstand tussen de protonen: ψ_1 en ψ_2 van scattering op proton 1 resp. 2 interferen. dus $\sigma \sim |\psi_1 + \psi_2|^2$ en niet $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$

- Om dit probleem bij een lage E op te lossen voeren we de scattering length a in: $\lim_{k \rightarrow 0} \sigma = 4\pi a^2$, In ons geval: $a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin \delta}{k}$
- We zien dat $\delta \rightarrow 0$ zodat a eindig kan blijven $\Rightarrow \sin \delta \approx \delta$ en we bekommen $\psi_{scatt.} \approx -A a \frac{e^{ikr}}{r} \Rightarrow$ a bepaalt amplitude!
- fig. 4.7 p94: n - p -kijplet heeft $a > 0$; n - p -singlet heeft $a < 0$.

$ortho-H_2: \uparrow\uparrow$	voor nH_2 : $\tau_{ortho} = 1082$	$a_t = 6,1 \text{ fm}$
$para-H_2: \uparrow\downarrow$	$\tau_{para} = 3,22$	$a_s = -23,2 \text{ fm}$
		$a_t = 5,3 \text{ fm}$
		$a_s = -23,5 \text{ fm}$

 slide 16 toont ongebonden $\Leftrightarrow a < 0$; gebonden $\Leftrightarrow a > 0$.
- Als we scattering length willen vergelijken met de Compton wavelength (maar nog steeds $< 20 \text{ MeV}$ dus $l=0$) is $a \neq -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin \delta}{k}$ (niet meer geldig) en nemen we in de plaats een resonantverstrooiing tot 2^o orde; $k \cot \delta = \frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2$ (1^o orde) met r_0 de effectieve draacht.

We vinden $r_{os} \approx -23,7 \text{ fm}$	$a_t \approx 5,4 \text{ fm}$
$r_{ot} \approx 2,73 \text{ fm}$	$r_{ot} \approx 1,7 \text{ fm}$

 Deze twee parameters a en r_0 zijn onafh. v.d. vorm v.d. potentiaal!

$\cot \delta = \frac{1}{a}$
 $\Rightarrow \delta \approx \frac{1}{a}$
 $\Rightarrow \sin \delta \approx \delta$
 $\Rightarrow \frac{\sin \delta}{k} \approx \frac{1}{a}$
 $\Rightarrow a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin \delta}{k}$

3. np - en nn -interacties

- belangrijk verschil met pn -scattering: identieke deeltjes $\Rightarrow$ wisselen $\Rightarrow$ beschreven met een resulterende wave function die antisymm. is. We weten ook dat de golf functie symm. is t.o.v. interchange of spatial coordinates, en omdat spatial $\otimes$ spin = total moet de dus antisymm. zijn t.o.v. interchange of spin coords. $\Rightarrow$ spin orientaties zijn verschillend $\Rightarrow$ enkel singlet scattering met spin $\frac{1}{2}$ van nucleon
- geen onderscheid tussen π en π^0 : scattering angles θ en $\pi - \theta$ toegenomen.
- dus: sterke interactie spin-afh. $\Rightarrow$ enkel singlet interactie $\Leftrightarrow$ enkel "repulsive" fase shift $\Rightarrow$ geen diffractie of dispersie!
- differentiaal cross section (4.43) p97: 1^o term {Coulomb Rutherford verstrooiing}; 2^o term $\pi - \theta$ bycharge; 3^o term $(\theta \leftrightarrow \pi - \theta)$ -interferentie; 4^o en 5^o term interferentie tussen Coulomb- en nucleaire verstrooiing; 6^o term kwadratische verstrooiing (zie af. 4.28 p90) {nucleaire strong force}
- differentiaal cross section voor nn -scattering: idem, maar zonder de Coulomb termen 3, 4, 5. bij np -scatt.
- fig 4.10 p99: meting v.d. s -wave ($l=0$) phase shift δ toont dat $0 < \delta < \pi/2 \Leftrightarrow$ geen bound states, zoals we al eerder zagen. $\Rightarrow \sin \delta > 0 \Rightarrow a < 0 \Leftrightarrow$ geen bound states r_0 -correctie relatief klein?!

4. Properties of the nuclear force

- centrale kracht: L (totaal orbitaal ang. moment) behouden met centrale kracht: L niet behouden, J wel! $\Rightarrow$ tensor potentiaal $S_{12} V_T(r)$ met $S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})/r^2 - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ $V_C(r)$ $\Rightarrow$ kernom $l=0$ en $l=2$ mixing bij elektrisch dipoolmoment
- nucleon-nucleon interactie overheerst door attractieve centrale potentiaal
- is sterk spin-afhankelijk. Omv. time reversal invariance kunnen termen lineair in $\vec{\sigma}_1$ of $\vec{\sigma}_2$ niet voorkomen, maar $\vec{\sigma}_1^2$, $\vec{\sigma}_2^2$ en $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ wel. $\Rightarrow$ kern v.d. vorm $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 V_s(r)$
- $\Rightarrow V_C(r)$ en $V_s(r)$ sommen als $V(r) = -(\frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{\hbar^2} - \frac{1}{4})V_1(r) + (\frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2}{\hbar^2} + \frac{3}{4})V_3(r)$ met V_1 en V_3 de singlet en triplet potentiaal met $\langle \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \rangle = -\frac{3}{4}\hbar$ voor $S=0$ en $+\frac{1}{4}\hbar$ voor $S=1$

hoe meer E, hoe dichter de nucleiding

POLARISATIE

- is ~~onafhankelijk~~ ^① konstant symmetrisch: $p_p = n_n$ na correctie v/d Coulombtermen
- is bijna konstant onafhankelijk: $p_p = n_n \approx p_n$
er is een substantieel verschil in scattering length, maar dat kom al geïnduceerd worden door een klein (1%) verschil in ψ (zie fig 4.11 p103)
- is repulsief op zeer korte afstand: (fig 4.12 p103): rond 300 MeV gaat δ van positief naar negatief $\Leftrightarrow$ van attractief naar repulsief effect: ~~attractief~~
- is afhankelijk v/d relatieve snelheid/momentum v/d deeltjes: termen eerste orde in $\vec{p}$ zijn niet time-reversal-invariant en ook $\vec{r} \times \vec{p}$ of $\vec{r} \cdot \vec{p}$ niet. Maar $V(r) (\vec{r} \times \vec{p}) \cdot \vec{S}$ -achtige potentiaal is wel time reversal en parity invariant $\Rightarrow$ spin-orbit potential term $V_{so} \vec{L} \cdot \vec{S}$
- Benijds v/d theorie? $\rightarrow$ Bij scattering van nucleonen op een (kieschijf-) nucleon worden deze met parallelle spin onder θ gescattd, en die met antiparallelle spin onder δ . ~~fig 4.14 p106~~
- het effect wordt sterker naarmate E en dus p toeneemt, want het komt enkel voor als $r \times p = l > 0$ en dus niet voor s- of wave/orbital ($l=0$) scattering.
- stel invallend nucleon spin up en het target ook: Definieer $V_{so}(r) < 0$. Geval 1 op fig. 4.14 p106 heeft $l < 0$ en $S > 0$ zodat $V_{so}(r) \cdot \vec{L} \cdot \vec{S} = - - + > 0 \Rightarrow$ repulsief: afbuigen naar links. Geval 2 heeft $l > 0$ en $S > 0 \Rightarrow$ attractief: afbuigen naar rechts. Einde loop: spin down buigt altijd naar rechts.

5 Exchange force model

$\theta \sim 0^\circ$ volgt uit momentum transfer $\frac{q}{p} \approx \theta$

YUKAWA

- doel: fysisch mechanisme postuleren voor de nucleon-nucleon interactie die de succesvolle potentialen in fig 4.16 p107 bevat.
- 2 hoofdpunten nu: saturatie v/d kernkracht en 180° scattering.
- saturatie v/d kernkracht: is duidelijk als je weet dat B/A na een constante waarde streeft (gemiddelde binding E per nucleon). Analogie met atomen die een molecule constitueren: maken elkaar tot dat ze e- beginnen uit te wisselen $\rightarrow$ iets wordt ook "uitgewisseld" tussen nucleonen ("exchange")
- Uit berekeningen vinden we dat bij p_n -scattering kleine hoeken $\theta \sim 0^\circ$ vaak voorkomen, maar fig. 4.17 p109 voorspelt ook $\theta \sim 180^\circ$?! $\rightarrow$ inkomend neutron "wisselt iets uit" met proton en wordt proton, en scattet rustig onder $\theta \sim 0^\circ$. Het, oude proton woult neutron, en in het center of mass frame lijkt het alsof dit scatterde onder $\theta \sim 180^\circ$!
- QFT zegt dat de uitwisselbare dingen virtual particles zijn: 2-pion exchange verantwoordelijk voor nucleon binding (0,5-1 fm) en ω -mesonen voor de "repulsieve kern potential" en ρ -mesonen het spin-orbit gedeelte ($\sim 0,25$ fm).
- 2-pion exchange: er zijn 3 π -mesonen π^-, π^0, π^+ ; maar zodat bv. $p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+$ kom gebeuren, moet het proton eerst $p^+ + n^0 \rightarrow p^+$ en de pionen door $p^+ + n^0 \rightarrow p^+$. Er bestaat ook een 1-pion exchange model.

H5 Nuclear models

- We willen inzicht en ideeën van het vorige hoofdstuk overnemen op twee andere kernen, maar: het is mathematisch onhaalbaar om het meerdere-lichamenprobleem op te lossen zonder te hand te vereenvoudigen; en nucleonen interageren niet alleen via 2-body forces maar ook 3-body forces! (geen klassiek analoog)
- We zullen het volgende doen: overgesimplificeerde modellen opstellen die mathematisch uitlosbaar is en rijk aan fysisch inzicht. Een goed model moet zowel alle eerder gevonden eigenschappen verklaren, als nieuwe inzicht aanbrenge.

1. Shell model

geldig voor $A < 150$ en $190 < A < 220$

- We willen het atoommodel met orbitalen (voor e^-) nabootsen, maar hier is geen "onafhankelijke kern": de nucleonen bewegen in een potentiaal die ze zelf creëren. Ook bewegen de e^- in de orbitalen zich op relatief grote afstand van elkaar en botsen niet, maar nucleonen zitten zo dicht bij elkaar dat ze wel meerdere keren per "orbit" tegen elkaar kunnen botsen!?
- experimenteel bewijs voor het model werd gevonden in nucleon separation energies (fig 5.1 p 118) die telkens eerst geleidelijk omhoog stijgen en dan plots weer dalen, naarmate A toeneemt. De A -waarden bij de dalingen zijn identiek voor n en p !
- Dit fenomeen correspondeert met het idee van nucleaire schillen.
- Ook het bestaan van orbitalen, wel bepaald in de ruimte, wordt ondersteund, mede door het Pauli-principe: alle laagste niveau's zijn opgevuld, dus als nucleonen willen botsen en energie ontruimen, moet die hoog genoeg zijn om een nucleon helemaal naar het eerste niet-gevulde orbitaal te klopjatten. Botsingen zijn nooit energetisch penweg en kunnen dus niet voorkomen $\Rightarrow$ nucleonen in een kern zijn transparant voor elkaar!

Potential opm: n is niet het hoofkwantumgetal, maar teller voor # niveau's met die l

- we moeten een potentiaal kiezen: overweeg infinite well en harm. oscill
- degeneracy ($\sim$ magic numbers) bij e^- -orbitalen is $2 \cdot (2l+1)$ ($m_s \otimes m_l$),
- (maar) zoals op fig. 5.4 p 121 loopt het voor onze potentiaal als mis toe (i.o.w. v. de q en p), dus slechts indirect o.v.v. degeneracy) magic number 20
- model verbeteren: infinite well heeft te hoge nucleon separation energy (nl. ∞) en de rond v/d potentiaal is te scherp: de echte potentiaal $\sim$ mathe. ladingverdeling. Harm. oscill. heeft ook ∞ sep. energy en hier is de vorm niet scherp genoeg. $\Rightarrow$ tussenform: $V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$ met R en a de gemiddelde straal en skin thickness.

shell: vers. van orbitalen (subshells), waarvan niet alle gevuld zijn

- We krijgen echter nog steeds niet de goede magic numbers $\rightarrow$ Spin-orbit term invullen, zoals bij atoomfysica (hier echter niet o.m. van oorsprong) om subshells verder op te splitsen.
- Het is handiger om de toestanden nu te labelen met $j = l + s$; degeneracy $(2j+1)$
- Belangrijke deel in $V_{so}(r) \vec{l} \cdot \vec{s}$ is $\vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}(\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2)$
- Effect: v.b. $1f$ ($l=3=\frac{5}{2}$) wordt opgesplit in een paar $1f_{7/2}$ en $1f_{5/2}$. $\left(\begin{matrix} l=3, s=\frac{1}{2} \\ \rightarrow j=\frac{7}{2} \text{ of } \frac{5}{2} \end{matrix} \right)$ Als $V_{so}(r) < 0$ wordt toestand met hoogste j naar onder gedeeld en vice versa, zie fig. 5.6 p 123.
- De magische getallen stroken nu met het experiment, en we voorspellen zelfs een nieuw: 184.

EXTREME
INDEPENDENT
PARTICLE
MODEL
(EIPM)

- in de extreme limit voorziet het shell model dat de eigenschappen v.o. kern in de grond state voorspeld worden door het odd nucleon (keraspin, pariteit). Dit bleek een groot succes!
- Magnetische dipoolmomenten
 - we houden zowel rekening met L_z als S_z ; we moeten namelijk $\mu = \mu_N (g_L L_z + g_S S_z) / \hbar$ kennen voor specifieke $j_z = j \hbar$.
 $\langle \mu \rangle = \mu_N (g_L j \hbar + (g_S - g_L) \langle S_z \rangle) / \hbar$
 - $\langle S_z \rangle$ heeft slechts een nulverval component: die volgens $\vec{j}$. (zie fig 5.8 p 126)
 $\Rightarrow \langle S_z \rangle = |\vec{S}_0| = |\vec{j}(\vec{S} \cdot \vec{j}) / j^2| = \dots$ (resultaten p 126)
 - experimentele waarden (fig. 5.9 p 127) zijn in grootte klein en show de voorspelde waarden (Schmidt lijnen voor $g_S = g_S(\text{free})$) en hebben vrij grote spreiding. Dit komt omdat $g_S \approx 0,6 g_S(\text{free})$; de nucleonen zijn geen vrije deeltjes, en het effect wordt toegewezen aan de "meson cloud".

$Q < 0$: oblaat
 $Q > 0$: molant

- Elektrische quadrupoolmomenten
 - $Q = \int \psi^* (3z^2 - r^2) \psi d\tau$ evolueren: 1 proton in j -schil: odd proton
 $\langle Q_{32} \rangle = - \frac{2j-1}{2(j+1)} \langle r^2 \rangle$; n protonen in j -schil:
 $\langle Q \rangle = [1 - 2 \frac{n-1}{2j-1}] \langle Q_{32} \rangle$. Maak op, $\langle Q_{32} \rangle \approx - \langle r^2 \rangle$, en als $n = 2j$: $\langle Q \rangle = - \langle Q_{32} \rangle \Rightarrow$ "gat".
 - odd-neutron quadrupoolmomenten zijn kleiner, maar niet nul, zie fig. 5.10 volgens het experiment, wat de theorie niet voorspelt.
 - de verdeling v.d. quadrupoolmomenten blijft ook niet symmetrisch rond nul te zijn, en ook enkele hoge waarden voor zware kernen worden niet voorspeld.
- Conclusie: schillen model voorziet lijnvolle spins en pariteiten voor odd-A nuclei, sommige μ , en sommige Q .

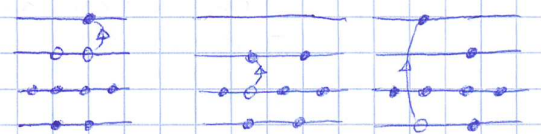
Valence nucleons (geëxciteerde toestanden verklaren)

$\Rightarrow$ many-particle model: HOOFDschil

- Uit het EIPM volgt dat het odd nucleon de kerneigenschappen bepaalt.
- meer algemeen model voorspelt ook afwijkende waarden: nu niet enkel odd nucleon, maar alle nucleonen in de laagste niet-gevulde SUBschil in rekening brengen:
- Wanneer we energie toevoegen, blijft het binnenste deel v.o. kern intact, maar door buiten signalleren excitaties mogelijk, zodat het finale odd nucleon niet het initiele hoeft te zijn. (of er zijn meerdere odd nucleons!)

VROEGER:

NU OOK BV.:



- Alle "buigsen" voor het bestaan v.o. schillen komen uit de grond v.o. kern. Hoe weten we of ons model die binnenin nog geldt?
- $\rightarrow$ Gebruik Roopengetische e^- om diep in kern door te dringen. Met het scatteringsperiment bepaalt men de ladingverdeling $\sim |\psi|^2$ is?
 Enkel s-waves komen in het gebied $r \approx 0$, en de scattering blijft karakteristieke scattering op s-protonen te zijn $\Rightarrow$ model blijft geldig!
 (zie fig 5.13 p 133) $\rightarrow$ en niet een of andere enkele golf functie die geen subshell beschrijft

- vibraties en rotaties leveren een bijdrage aan nucleon. moment ⁽¹²⁾
(voor protonen: fractie Z/A): $M(I) = I \frac{Z}{A} \mu_N$ met I het onyulair moment v/d toest. mol.
lichte kernen: $Z/A \sim 0,5 \rightarrow \mu = 1 \mu_N$ (aanv.?)
zware " : $Z/A \sim 0,4 \rightarrow \mu = 0,8 \mu_N$
- γ -vibraties $\perp \beta$ -vibraties verbreken cilindrische symmetrie
- Yrast-lijn: Die notities ≥ 25 . Iets met n afloemen en bepaalde spins slechts vooraf bepaalde E .

3. More realistic nuclear models

- shell model voor odd A -nuclei en collective model voor even-even zijn idealisaties. Er bestaat een complex unified nucleair model waarvan we nu resultierende eigenschappen proberen te verbinden te brengen met ideeën die ook bij shell en collective model passen.

Many-particle shell model

- i.p.v. het EIPM of het valence nucleons model bij odd- A nucleï, beschouwen we nu alle nucleonen in de laatste niet-gevulde HOOFDSCHIL ($\leftrightarrow$ SUBSCHIL bij valence nucleons)
- Als alle "valence" particles onafhankelijk zijn, hangt E niet af van n en hebben bijgevolg alle I 's dezelfde E . Dit is duidelijk niet waar $\rightarrow$ residual interaction.
- notatie $(\frac{7}{2})^n$: configuratie met n deeltjes in de $\frac{7}{2}$ subshell. Zulke deeltjes hebben allemaal $\mu \sim I$: beschouw twee verschillende toestanden in dezelfde configuratie: $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{I_1}{I_2}$

Single-particle states in deformed nuclei

- voor $150 < A < 190$ en $A > 130$ moeten we een shell model gebruiken, aangepast aan de "rotationele ellipsoïde" vorm.
- in een non-sferische potentiaal zullen de toestanden een mengeling van l -waarden bevatten: l geen goed kwantumgetal meer, ~~maar~~ (spectroscopische spin-notatie niet meer mogelijk)
 $\Psi'(I_2) = \sum_{I_1} a(N, I_1) \Psi_{N, I_1}$ met N de oscillatorisch; $\pi = (-1)^N$

$(\pi)^N$	u	
N	π	orbitaal
5	-	$g_{7/2}$
4	+	$d_{5/2}$
3	-	$g_{7/2}$
2	+	$d_{5/2}$
1	-	$g_{7/2}$
0	+	$d_{5/2}$

- Energieniveaus hangen af van de component van $\vec{j}$ langs de symmetrie-as v/d kern, en dus de ruimtelijke oriëntatie v/d orbit.
- Deze component heet Ω . fig 5.26 p 152: interactie v/d orbit met de kern is groot als Ω groot (lobaat) / klein (cylindrisch) is.
- We onderstellen dat toestanden uit verschillende grote oscillatorische (nucleon) niet mengen. v.b.: de $\Omega = \frac{5}{2}$ toestanden die $2f_{7/2}$ vullen als $\beta \rightarrow 0$, krijgt enkel bijdrage v/d 2 toestanden in de $5e$ oscillatorisch (met $j \geq \Omega$ natuurlijk): $2f_{7/2}, 2f_{7/2}, 1h_{3/2}, 1h_{1/2}$. De $4e$ en $6e$ schil mengen niet want hebben $\pi = +$, en de anderen liggen al te ver weg.
- grondtoestand v/d rotationeel band heeft $I = \Omega$, daarom telkens $+1$ erbij.
- odd- A , deformed nuclei structuur bepaald door single particle states, bepaald door deformed shell model.
- Nilsson schema p 155 fig 5.23: door deformatie worden orbitaal opgesplitst en vermengd $\Rightarrow$ nieuwe magische nummers!