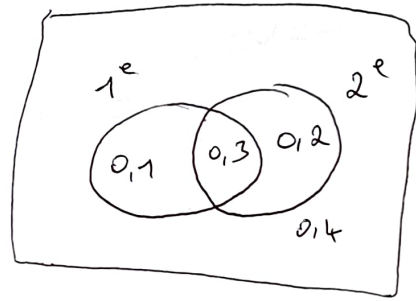


2)

$$3.3) \quad P(1^e) = 0,4 \quad P(2^e) = 0,5 \quad P(\geq 1 \text{ eike}) = 0,6$$

$\hookrightarrow P(1^e) + P(2^e) - P(1^e \cap 2^e)$
 $\hookrightarrow P(1^e \cup 2^e)$

$$\begin{aligned}
 1) \quad & P(1^e \cap 2^e) \\
 &= P(1^e) + P(2^e) - P(1^e \cup 2^e) \\
 &= 0,4 + 0,5 - 0,6 \\
 &= 0,3
 \end{aligned}$$



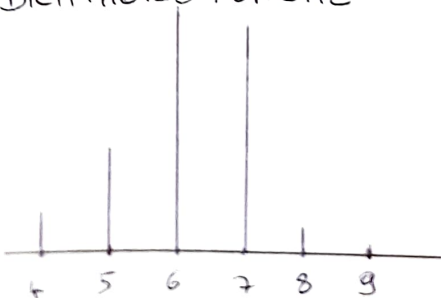
$$\begin{aligned}
 2) \quad & P(1^e \cap \neg 2^e) \\
 &= P(1^e \cup 2^e) - P(2^e) \\
 &= 0,6 - 0,5 \\
 &= 0,1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & P((1^e \cap \neg 2^e) \cup (\neg 1^e \cap 2^e)) \\
 &= (P(1^e \cup 2^e) - P(2^e)) + (P(1^e \cup 2^e) - P(1^e)) \\
 &= 0,6 - 0,5 + 0,6 - 0,4 \\
 &= 0,1 + 0,2 \\
 &= 0,3
 \end{aligned}$$

3.24)

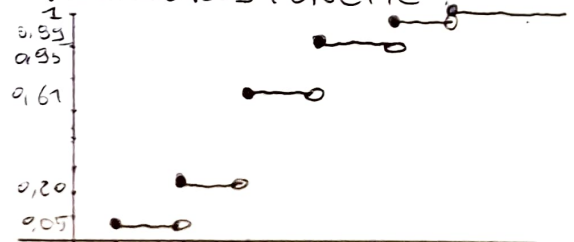
1)

DICHTHEIDS FUNCTIE



$$F(4) = 0,05 \quad F(5) = 0,20 \quad F(6) = 0,61 \quad F(7) = 0,95 \quad F(8) = 0,95$$

VERDELINGSFUNCTIE



2)

$$E(X) = \sum_{j=1}^n m_j \cdot f(m_j) = 4 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,15 + 6 \cdot 0,41 + 7 \cdot 0,34 + 8 \cdot 0,04 + 9 \cdot 0,01$$

$$= 6,2 \rightarrow \text{Gemiddeld 6,2 halloes in maand}$$

$$\text{Var}(X) = \sum_{j=1}^n (m_j - E(X))^2 \cdot f(m_j) = (4-6,2)^2 \cdot 0,05 + (5-6,2)^2 \cdot 0,15 + \dots + (9-6,2)^2 \cdot 0,01$$

$$= 0,9 \rightarrow \text{Standaardvariantie}$$

$$S = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{0,9}$$

$$= 0,949 \rightarrow \text{Standaarddeviatie}$$

$$3) P(X \geq 6) = 1 - P(X < 6)$$

$$= 1 - F(5)$$

$$= 1 - 0,20$$

$$= 0,80 \rightarrow 80\% kans$$

$$4) P(X \leq x) = 0,95$$

$$[F(7) = 0,95 \rightarrow P(X \leq 7) = 0,95]$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$\rightarrow 7$ extra plaatsen

$$3.8) P(V) = 0,70 \quad P(P) = 0,50 \quad P(P \cap V) = 0,40$$

$$1) P(V \cup P)$$

$$= P(V) + P(P) - P(P \cap V)$$

$$= 0,70 + 0,50 - 0,40$$

$$= 0,80$$

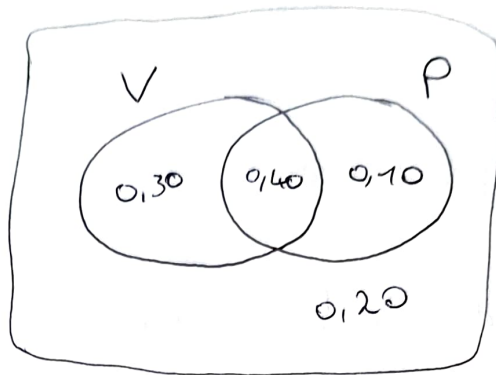
$$2) P(\neg V \cap \neg P)$$

$$= 1 - P(V \cup P)$$

$$= 1 - 0,80$$

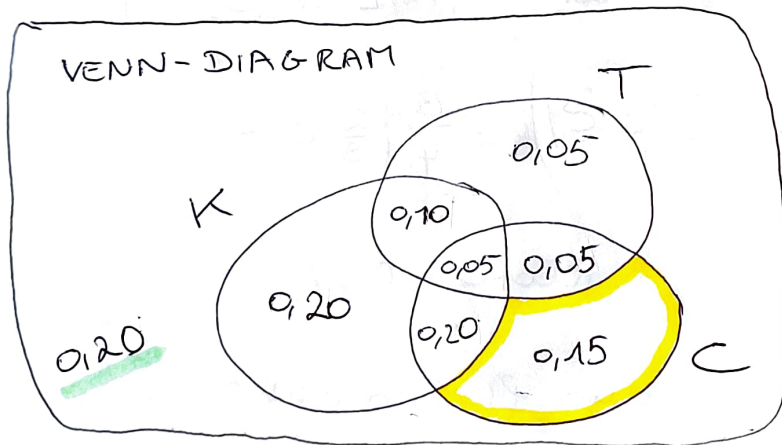
$$= 0,20$$

$$\begin{aligned}
 3) & P((V \cap \neg P) \cup (\neg V \cap P)) \\
 &= (P(V \cup P) - P(P)) + (P(V \cup P) - P(V)) \\
 &= 0,80 - 0,70 + 0,80 - 0,50 \\
 &= 0,40
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4) & P(P|V) \\
 &= \frac{P(P \cap V)}{P(V)} \\
 &= \frac{0,40}{0,70} \\
 &= 0,57
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.5) & P(K) = 0,55 \quad P(T) = 0,25 \quad P(C) = 0,45 \\
 & P(K \cap T) = 0,15 \quad P(K \cap T \cap C) = 0,05 \quad P(K \cap C) = 0,25 \quad P(T \cap K \cap C) = 0,05
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1) & P(C \cap T \cap K) \\
 &= 0,15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) & P(\neg C \cap \neg K \cap \neg T) \\
 &= 0,20
 \end{aligned}$$

3.15) Z: mengsel zuiver
T: juiste test

$\bar{Z}$: mengsel niet zuiver
 $\bar{T}$: Foute test

$$P(T|Z) = 0,95 \quad P(T|\bar{Z}) = 0,02 \quad P(\bar{Z}) = 0,01$$

$$\begin{aligned}
 & P(\bar{Z}|T) \\
 &= \frac{P(\bar{Z} \cap T)}{P(T)} = \frac{P(T|\bar{Z}) \cdot P(\bar{Z})}{P(T|Z)P(Z) + P(T|\bar{Z})P(\bar{Z})} = \frac{0,02 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,99 + 0,02 \cdot 0,01} \\
 &= 0,000213 = 0,0213\%
 \end{aligned}$$

Wet Totale Kans
+
Regel Bayes

3.27) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$ en X continue

1) Nagaan dat $f(x)$ dichtheid is

$\rightarrow f(x) \geq 0$
klart, steeds 0 of positief getal

$\rightarrow \int_{\varphi} f(x) dx = 1$

$$\int_{\varphi} f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^{+\infty} f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{-1} 0 dx + \int_{-1}^1 \frac{3}{4}(1-x^2) dx + \int_1^{+\infty} 0 dx$$

$$= \frac{3}{4} \left[\int_{-1}^1 1 dx - \int_{-1}^1 x^2 dx \right] = \frac{3}{4} \left[[x]_{-1}^1 - \frac{1}{3} [x^3]_{-1}^1 \right]$$

$$= \frac{3}{4} \left(2 - \frac{1}{3}(2) \right) = \frac{3}{4} \left(2 - \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$$

$= 1 \rightarrow$ klart

2 voorwaarden voldaan, dus $f(x)$ is dichtheid

4) $P(-0,5 < X < 0,5)$

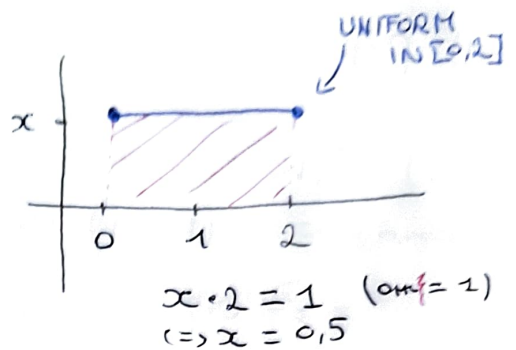
$$= \int_{-0,5}^{0,5} f(x) dx = \int_{-0,5}^{0,5} \frac{3}{4}(1-x^2) dx = \frac{3}{4} \left[[x]_{-0,5}^{0,5} - \frac{1}{3} [x^3]_{-0,5}^{0,5} \right]$$

$$= \frac{3}{4} \left[1 - \frac{1}{3}(0,25) \right] = \frac{3}{4} \cdot \frac{11}{12} = 0,6875$$

3.38) X uniform on $[0, 2]$

$$Y = 2X + 1 \quad Q = 6X^2 + 3 \quad H = e^x$$

$$\begin{aligned} 1) E(Y) &= E(2X + 1) \\ &= 2 \cdot E(X) + 1 \\ &= 2 \cdot 1 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2) Q_Y(0,50) &= 2 \cdot Q_X(0,50) + 1 \\ &= 2 \cdot 1 + 1 \\ &= 3 + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\rightarrow Y$ is monotoon stijgend

$$\begin{aligned} 3) E(Q) &= Q(E(X)) + \frac{1}{2} \text{Var}(X) Q''(E(X)) \quad \rightarrow \text{DELTA METHODE} \\ &= (6 \cdot 1^2 + 3) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 12 \\ &= 9 + 2 \\ &= 11 \end{aligned}$$

$Q''(x) = 12$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{Var}(X) &= \frac{(b-a)^2}{12} \\ &= \frac{(2-0)^2}{12} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right.$$

$\rightarrow$ EIGENSCHAP UNIFORME VERDELING

$$\begin{aligned} 4) E(H) &= H(E(X)) + \frac{1}{2} \text{Var}(X) H''(E(X)) \\ &= e^1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot e^1 \\ &= 3,19 \end{aligned}$$

$H''(x) = e^x$

$$\begin{aligned} 5) Q_H(0,75) &= Q_e(0,75) \\ &= e^{Q_X(0,75)} \\ &= e^{\frac{3}{4} \cdot 2} \\ &= e^{1,5} \quad (= 4,48) \end{aligned}$$

3.14) 1: Binnen 10km 2: 10-100km 3: >100km

K: or Rot

$\bar{K}$: Niet or Rot

$$P(K|1) = 0,20$$

$$P(K|2) = 0,65$$

$$P(K|3) = 0,95$$

$$P(1) = 0,15$$

$$P(2) = 0,65$$

$$P(3) = 0,20$$

$$1) P(K)$$

$$= P(K|1) \cdot P(1) + P(K|2) P(2) + P(K|3) P(3)$$

$$= 0,20 \cdot 0,15 + 0,65 \cdot 0,65 + 0,95 \cdot 0,20$$

$$= 0,643 \rightarrow 64,3\%$$

$$2) P(3|K)$$

$$= \frac{P(3 \cap K)}{P(K)}$$

$$= \frac{P(K|3) P(3)}{P(K)}$$

$$= \frac{0,95 \cdot 0,20}{0,643}$$

$$= 0,295 \rightarrow 29,5\%$$

$$3) P(1|\neg K)$$

$$= \frac{P(1 \cap \neg K)}{P(\neg K)}$$

$$= \frac{P(\neg K|1) P(1)}{1 - P(K)}$$

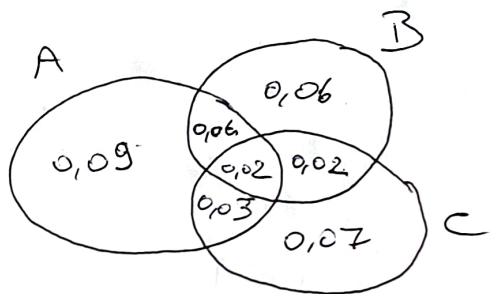
$$= \frac{(1 - P(K|1)) P(1)}{1 - P(K)}$$

$$= \frac{(1 - 0,20) \cdot 0,15}{1 - 0,643}$$

$$= 0,336 \rightarrow 33,6\%$$

3.6) $P(A) = 0,20$ $P(B) = 0,16$ $P(C) = 0,14$
 $P(A \cap B) = 0,08$ $P(A \cap C) = 0,05$ $P(B \cap C) = 0,04$ $P(A \cap B \cap C) = 0,02$

$P(\text{minstens 2 kanten})$?



$$P(\geq 1 \text{ kant}) = 0,35$$

$$P(\text{geen}) = 1 - P(\geq 1 \text{ kant}) = 0,65$$

2 Manieren

$$\begin{aligned} * P(\text{minstens 2}) &= 1 - P(\text{één of geen}) \\ &= 1 - P(\text{één}) - P(\text{geen}) \\ &= 1 - (0,09 + 0,07 + 0,06) - 0,65 \\ &= 0,13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * P(\text{minstens 2}) &= P(2 \text{ kanten}) + P(3 \text{ kanten}) \\ &= P(A \cap B \cap C) + P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C) \\ &= 0,06 + 0,03 + 0,02 + 0,02 \\ &= 0,13 \end{aligned}$$

3.9) $P(V \cap M) = 0,27$ $P(T \cap M) = 0,21$
 $P(V \cap \bar{M}) = 0,24$ $P(T \cap \bar{M}) = 0,28$

$$\begin{aligned} 1) P(V) &= P(V \cap M) + P(V \cap \bar{M}) \\ &= 0,27 + 0,24 \\ &= 0,51 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) P(V|M) &= \frac{P(V \cap M)}{P(M)} \\ &= \frac{P(V \cap M)}{P(M \cap V) + P(M \cap T)} \\ &= \frac{0,27}{0,27 + 0,21} \\ &= 0,5625 \end{aligned}$$

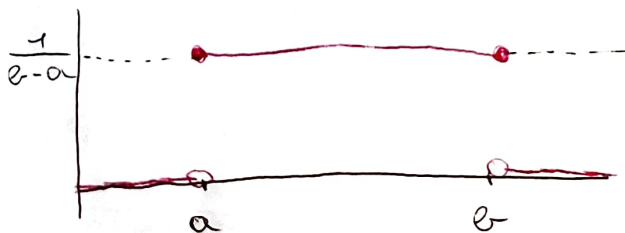
$$\begin{aligned}
 3) P(V|\bar{M}) &= \frac{P(V \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} \\
 &= \frac{P(V \cap \bar{M})}{P(\bar{M} \cap V) + P(\bar{M} \cap \bar{V})} \\
 &= \frac{0,24}{0,24 + 0,28} \\
 &= 0,4615
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.20) \quad P(S) &= 0,001 \\
 P(T|S) &= 0,99 & P(\bar{T}|\bar{S}) &= 0,98
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(S|T) &= \frac{P(S \cap T)}{P(T)} \\
 &= \frac{P(T|S)P(S)}{P(T|S)P(S) + P(\bar{T}|\bar{S})P(\bar{S})} \\
 &= \frac{P(T|S)P(S)}{P(T|S)P(S) + (1 - P(\bar{T}|\bar{S}))P(\bar{S})} \\
 &= \frac{0,99 \cdot 0,001}{0,99 \cdot 0,001 + (1 - 0,98) \cdot 0,999} \\
 &= 0,0472 \rightarrow 4,72\%
 \end{aligned}$$

$$3.30) \quad \text{UNIFORM: } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{andern} \end{cases}$$

1) DICHTHEIDS FUNCTIE



2) Is $f(x)$ dichtheidsfunctie?

$$\rightarrow f(x) \geq 0$$

Klopt, nooit negatief

$$\rightarrow \int_{\mathbb{R}} f(x) dx = 1$$

$$\int_a^b \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b dx = \frac{1}{b-a} [x]_a^b$$

$$= \frac{1}{b-a} (b-a) = \frac{(b-a)}{(b-a)}$$

$$= 1 \rightarrow \text{klopt}$$

2 voorwaarden voldaan, dus $f(x)$ is dichtheid

3) $F(x)$ van $f(x)$?

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy = \int_{-\infty}^a f(y) dy + \int_a^x f(y) dy$$

$$= \int_a^x \frac{1}{b-a} dy = \frac{1}{b-a} \int_a^x dy = \frac{1}{b-a} [y]_a^x$$

$$= \frac{1}{b-a} (x-a) = \frac{(x-a)}{b-a}$$

$$\rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 0 & x \geq b \end{cases}$$

4) Verwachtingswaarde X ?

$$E(X) = \int_a^b f(x) \cdot x \, dx$$

$$= \int_a^b \frac{1}{b-a} x \, dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b x \, dx = \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b$$

$$= \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{2} (b^2 - a^2)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(-a^2 + b^2)}{(-a + b)} = \frac{1}{2} \frac{(-a + b)(a + b)}{(-a + b)}$$

$$= \frac{a+b}{2}$$

5) $\text{Var}(X) = \int_a^b (x - E(X))^2 f(x) \, dx$

$$= \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{b-a} \, dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^2 \, dx$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[\int_a^b x^2 \, dx + \int_a^b -2x \frac{a+b}{2} \, dx + \int_a^b \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 \, dx \right]$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[\left[\frac{1}{3} x^3 \right]_a^b - 2 \frac{a+b}{2} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b + \frac{(a+b)^2}{4} [x]_a^b \right]$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{3} b^3 - \frac{1}{3} a^3 - (a+b) \left(\frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} a^2 \right) + \frac{(a+b)^2}{4} (b-a) \right]$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{3} b^3 - \frac{1}{3} a^3 - \frac{1}{2} b^2 a + \frac{1}{2} a^3 - \frac{1}{2} b^3 + \frac{1}{2} a^2 b + \frac{1}{4} b(a^2 + 2ab + b^2) - \frac{1}{4} a(b^2 + 2ab + a^2) \right]$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[-\frac{1}{6} b^3 + \frac{1}{6} a^3 - \frac{1}{2} b^2 a + \frac{1}{2} a^3 b + \frac{1}{4} a^2 b + \frac{1}{2} b^2 a + \frac{1}{4} b^3 - \frac{1}{4} a^3 - \frac{1}{2} a^2 b - \frac{1}{4} b^2 a \right]$$

$$= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{12} (b^3 - a^3) \right]$$

$$= \frac{(b-a)^2}{12}$$

3

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

4.2) $P(A) = 1/4$ met onafhankelijkheid tussen kinderen

X : Aantal kinderen met bloedgroep A

$$\varphi = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$X \sim B(4, 1/4)$$

$$f(0) = P(X=0) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 0,316$$

$$f(1) = P(X=1) = 1/4 \cdot (3/4)^3 \binom{4}{1} = 0,105 \cdot 4 = 0,4218$$

$$f(2) = P(X=2) = (1/4)^2 \cdot (3/4)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0,2109$$

$$f(3) = P(X=3) = (1/4)^3 \cdot (3/4)^1 \cdot \binom{4}{3} = 0,0469$$

$$f(4) = P(X=4) = (1/4)^4 \cdot \binom{4}{4} = 0,0039$$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,316	0,4218	0,2109	0,0469	0,0039

4.25) $Z \sim N(0, 1)$

1) $P(Z < 1,45) = 0,926$ (zie tabel)

2) $P(Z > 1,6) = 1 - P(Z \leq 1,6) = 1 - 0,945 = 0,055$

3) $P(Z > -0,56) = P(Z < 0,56) = 0,712$

4) $P(Z < -2,5) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z \leq 2,5) = 0,006$

5) $P(-1,64 < Z < 2,3) = P(Z < 2,3) - P(Z < 1,64) = P(Z < 2,3) - P(Z < 1,64)$
 $= 0,989 - 1 \cdot 0,949 = 0,044$

6) $P(-1,04 < Z < -1,02) = P(Z < -1,02) - P(Z < -1,64) = P(Z > 1,02) - P(Z > 1,64)$
 $= 1 - P(Z \leq 1,02) - 1 + P(Z \leq 1,64) = 1 - 0,846 - 1 + 0,949 = 0,103$

7) $P(0 < Z < 1,96) = P(Z < 1,96) - P(Z < 0) = 0,975 - 0,500 = 0,475$

8) $P(-1,96 < Z < 1,96) = P(Z < 1,96) - 1 + P(Z \leq 1,96) = 0,975 \cdot 2 - 1 = 0,95$

9) $P(-1,5 < Z < 0,67) = P(Z < 0,67) - 1 + P(Z \leq 1,5) = 0,749 - 1 + 0,933 = 0,682$

10) $P(Z > 4,97) = P(Z \leq 4,97) - 1 \approx -1 + 1 \approx 0$

$$4.33) \quad Z \sim N(0,1)$$

$$1) \quad P(X \leq z) = 0,91$$

$$\Rightarrow z = 1,34 \quad (\text{tabel})$$

$$2) \quad P(X \leq z) = 0,06$$

$$\Rightarrow P(X \geq z) = 0,06 + 1$$

$$\Rightarrow P(X \leq -z) = 0,94$$

$$\Rightarrow -z = 1,56$$

$$\Rightarrow z = -1,56$$

4.49) X : Tijd tussen 2 aankomsten

$$X \sim \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{met } x \geq 0$$

$$1) \quad E(X) = \lambda = 1$$

$$2) \quad \text{Var}(X) = \lambda = 1 \rightarrow \sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{1} = 1$$

$$3) \quad P(X \leq 4)$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \rightarrow F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda y} dy = \lambda \int_0^x e^{-\lambda y} dy = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$F(4) = 1 - e^{-4} = 0,982$$

MACIE
☺

ZIE
FORMULARIUM

$$4) \quad P(2 \leq X \leq 5)$$

$$= P(X \leq 5) - P(X \leq 2)$$

$$= 1 - e^{-5} - 1 + e^{-2}$$

$$= 0,993 - 0,864$$

$$= 0,129$$

$$4.3) \quad P(0) = 0,80 \\ P(1) = 0,20 \\ n = 5 \quad p = 0,80 \\ X \sim B(5, 0,80)$$

met 0 : overlevingskans
met X : aantal overlevende

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) \\ = 1 - P(X \leq 2) \\ = 1 - F(2)$$

$$f(2) = P(X \leq 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3 \\ = 0,0512$$

$$f(1) = P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^4 \\ = 0,0064$$

$$f(0) = P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^5 \\ = 0,00032$$

$$= 1 - (f(0) + f(1) + f(2)) \\ = 1 - (0,0512 + 0,0064 + 0,00032) \\ = 1 - 0,05792 \\ = 0,94208$$

4.11) Y: insecten in 1 minuut

1) Poisson Verdeling

→ Wekken met een aantal per tijdseenheid,
successen binnen een tijdsinterval

$Y \sim \text{Poisson}(6)$

$$f(m) = e^{-6} \cdot \frac{6^m}{m!}$$

2)

a) $P(Y = 0)$

$$= e^{-6} \cdot \frac{6^0}{0!}$$

$$= 0,00248$$

b) $P(Y \geq 1)$

$$= 1 - P(Y < 1)$$

$$= 1 - P(Y \leq 0)$$

$$= 1 - 0,00248$$

$$= 0,9975$$

c) $P(Y \geq 0,3)$

$$= 1 - P(Y < 0,3) \quad \downarrow \text{Discrete verdeling}$$

$$= 1 - P(Y \leq 0)$$

$$= 0,9975$$

4.19) Gemiddeld 3 per 5 min $\rightarrow$ gemiddeld $\frac{3}{5} \cdot 6$ per 6 min
 $= 3,6$

X : Aantal planten per 6 min

$$X \sim \text{Poisson}(3,6)$$

Minstens 6 min wachten op 2^e plant $\rightarrow$ max 1 plant in 6 minuten

$$P(X=1) = e^{-3,6} \cdot \frac{3,6^1}{1!}$$
$$= 0,09837$$

$$P(X=0) = e^{-3,6} \cdot \frac{3,6^0}{0!}$$
$$= 0,02732$$

$$P(X \leq 1)$$

$$= P(X=1) + P(X=0)$$

$$= 0,1257$$

4.39) X : Benzineverbruik scooter per 100 km

$$X \sim N(3, 1)$$

$$1) P(X \leq 2)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{2-3}{1}\right)$$

$$= P(Z \leq -1)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1)$$

$$= 1 - 0,841$$

$$= 0,159$$

$$2) P(4 \leq X \leq 6)$$

$$= P(X \leq 6) - P(X \leq 4)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{6-3}{1}\right) - P\left(Z \leq \frac{4-3}{1}\right)$$

$$= P(Z \leq 3) - P(Z \leq 1)$$

$$= 0,999 - 0,841$$

$$= 0,158$$

$$3) P(X \leq x) = 0,15$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{x-3}{1}\right) = 0,15$$

$$\Rightarrow P(Z \leq x-3) = 0,85$$

omintabel
te zoeken

$$\Rightarrow x = (1,04 - 3)(-1)$$

$$\Rightarrow x = 1,96$$

85% zuiniger/minder benzine

= 15% gelijk of minder

benzine: $P(X \leq x) = 0,15$

4.41) X : weerstand in resistor

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$P(X > 10,256) = 0,10$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{10,256 - \mu}{\sigma}\right) = 0,10$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{10,256 - \mu}{\sigma}\right) = 0,90$$

$$\Rightarrow \frac{10,256 - \mu}{\sigma} = 1,28$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{10,256 - \mu}{1,28}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{10,256 - 10,00}{1,28}$$

$$\Rightarrow \sigma = 0,2$$

$$P(X < 9,671) = 0,05$$

$$\Rightarrow P\left(Z < \frac{9,671 - \mu}{\sigma}\right) = 0,05$$

$$\Rightarrow P\left(Z < \frac{-9,671 + \mu}{\sigma}\right) = 0,95$$

$$\Rightarrow \frac{-9,671 + \mu}{\sigma} = 1,65$$

$$\Rightarrow \mu = 1,65\sigma + 9,671$$

$$\Rightarrow \mu - 1,65 \left(\frac{10,256 - \mu}{1,28} \right) = 9,671$$

$$\Rightarrow \mu - \frac{1,65 \cdot 10,256}{1,28} + \frac{\mu \cdot 1,65}{1,28} = 9,671$$

$$\Rightarrow \mu + \frac{1,65}{1,28} \mu = 22,891$$

$$\Rightarrow \mu = 10,00$$

$$\Rightarrow X \sim N(10, 1/5)$$

4.46) $\mu = 1,9$ $\sigma = 0,9$

$X \sim \text{LN}(1,9; 0,9^2) \rightarrow \text{LOGNORMALE VERDELING}$

$$\Rightarrow \log(X) \sim N(1,9; 0,9^2)$$

$$\boxed{\log(X) = \ln(X)}$$

$$P(5 \leq X \leq 10)$$

$$= P(\log(5) \leq \log(X) \leq \log(10))$$

$$= P(\log(X) \leq \log(10)) - P(\log(X) \leq \log(5))$$

$$= P\left(Z \leq \frac{\log(10) - \mu_L}{\sigma_L}\right) - P\left(Z \leq \frac{\log(5) - \mu_L}{\sigma_L}\right)$$

$$= P(Z \leq 3,94) - P(Z \leq 2,375)$$

$$= 1 - 0,991$$

$$= 0,009$$

OMZET LOGNORMAAL
NAAR STANDAARDNORMAAL



$$\begin{cases} \mu_N = e^{\mu_L + \frac{\sigma_L^2}{2}} = 1,9 \\ \sigma_N = e^{\frac{2\mu_L + \sigma_L^2}{2} (e^{\sigma_L^2} - 1)} = 0,9^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_L = 0,5407$$

$$\sigma_L^2 = 0,2024$$

$$\Rightarrow \sigma_L = 0,4499$$

4.53)

Exponentiële Verdeling: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

1) Gegeven: $E(X) = 10$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 10$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{10}$$

$$\hookrightarrow \text{Bij } X \sim \text{Exp}(\lambda): E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

2) $P(X \leq 5)$

$$= F(5)$$

$$= 1 - e^{-\frac{1}{10} \cdot 5}$$

$$= 0,3935$$

3) $P(5 \leq X \leq 15)$

$$= F(15) - F(5)$$

$$= 1 - e^{-\frac{1}{10} \cdot 15} - 0,3935$$

$$= 0,3834$$

4) $P(10 < X < 15 \mid X > 10)$

$$= \frac{P(10 < X < 15 \cap X > 10)}{P(X > 10)}$$

 $\hookrightarrow$ Bayes

$$= \frac{F(15) - F(10)}{1 - F(10)}$$

$$\begin{aligned} P(10 < X < 15 \cap X > 10) \\ = P(10 < X < 15) \end{aligned}$$

$$= \frac{1 - e^{-\frac{1}{10} \cdot 15} - 1 + e^{-\frac{1}{10} \cdot 10}}{1 - 1 + e^{-\frac{1}{10} \cdot 10}}$$

$$= 0,3935$$

4.28) X : Percentuele hoeveelheid meerkraant

$$X \sim N(8, 10)$$

1)

$$P(X > 25)$$

$$= 1 - P(X \leq 25)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{25-8}{10}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1,7)$$

$$= 1 - 0,955$$

$$= 0,045$$

3)

$$P(X \leq -18)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{-18-8}{10}\right)$$

$$= P(Z \leq -2,6)$$

$$= 1 - P(Z \leq 2,6)$$

$$= 1 - 0,995$$

$$= 0,005$$

4.29) X : kracht uitgeoefend op zuil

$$X \sim N(15; 1,25)$$

$$1) P(X \leq 17)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{17-15}{1,25}\right)$$

$$= P(Z \leq 1,60)$$

$$= 0,945$$

$$2) P(12 \leq X \leq 17)$$

$$= P(X \leq 17) - P(X \leq 12)$$

$$= 0,945 - P(Z \leq 2,4)$$

$$= 0,945 - 1 + P(Z \leq 2,4)$$

$$= 0,945 - 1 + 0,992$$

$$= 0,937$$

3) 2 standaarddeviaties van 15

$$P(15 - 2 \cdot 1,25 \leq X \leq 15 + 2 \cdot 1,25)$$

$$= P(12,5 \leq X \leq 17,5)$$

$$= P(X \leq 17,5) - P(X \leq 12,5)$$

$$= P(Z \leq \frac{17,5 - 15}{1,25}) - P(Z \leq \frac{12,5 - 15}{1,25})$$

$$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2)$$

$$= P(Z \leq 2) - 1 + P(Z \leq 2)$$

$$= 0,977 - 1 + 0,977$$

$$= 0,954$$

4.9) $P(\text{niet opdagen} | \text{gehaalt}) = 0,10$

X : Aantal verkochte tickets
en opdagende mensen

max 8 pers/vlucht

$$P(X > 8)$$

$$= P(X = 9) + P(X = 10)$$

$$= 0,1 \cdot (0,9)^9 + \underbrace{0,05 \cdot (0,9)^{10} + 0,5 \cdot (0,9)^9}_{\text{Als 10 gekochte tickets zijn 10 mensen of 9 mensen te veel \rightarrow apart meetellen}}$$

$$= 0,0755$$

4

5.1) X : gemeten kaliumgehalte

$$X \sim N(3,8; 0,2^2)$$

Hypokaliëmie: $X < 3,5$

$$1) P(X < 3,5)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{3,5-3,8}{0,2}\right)$$

$$= P(Z \leq -1,5)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1,5)$$

$$= 1 - 0,933$$

$$= 0,067$$

2) $n=4$ en onafhankelijk

$$X_1, \dots, X_4 \sim N(3,8; 0,2^2) \rightarrow \bar{X} \sim N\left(3,8; \frac{0,2^2}{4}\right)$$

$$\sim N(3,8; 0,01)$$

$$P(X < 3,5)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{3,5-3,8}{\sqrt{0,01}}\right)$$

$$= P(Z \leq -3)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3)$$

$$= 1 - 0,999$$

$$\approx 0$$

5.13) $X \sim B(16; 0,5)$

$P(X \leq 5)$ OP 4 MANIEREN

1) EXACT

$$P(X \leq 5)$$

$$= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$= \binom{16}{0} \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^{16} + \binom{16}{1} \cdot 0,5^1 \cdot 0,5^{15} + \dots + \binom{16}{5} 0,5^5 \cdot 0,5^{11}$$

$$= 0,5^{16} + 16 \cdot 0,5^{16} + 120 \cdot 0,5^{16} + 560 \cdot 0,5^{16} + 1820 \cdot 0,5^{16} + 4368 \cdot 0,5^{16}$$

$$= 0,105057$$

2) NORMALE BENADERING ZONDER CORRECTIE

$$X \sim B(16; 0,5) \rightarrow X \sim N(16 \cdot 0,5; 16 \cdot 0,5^2) \\ \sim N(8; 4)$$

$$\sim N(8; 4)$$

$$P(X \leq 5)$$

$$= P(Z \leq \frac{5-8}{\sqrt{4}})$$

$$= P(Z \leq -1,50)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.50)$$

$$= 1 - 0,933$$

$$= 0,067$$

3) NORMALE BENADERING MET CORRECTIE

$$\begin{aligned} n \cdot p &= 16 \cdot 0,5 = 8 \\ n(1-p) &= 16 \cdot 0,5 = 8 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Verwaarden de} \\ \text{Vanwaarden de} \end{array} \right. \rightarrow X \sim N(8, 4)$$

$$\begin{aligned} n \cdot p &= 16 \cdot 0,5 = 8 \\ n(1-p) &= 16 \cdot 0,5 = 8 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Verwaarden de} \\ \text{Vanwaarden de} \end{array} \right. \rightarrow X \sim N(8, 4)$$

Vanvanden Ohe

$$\rightarrow X \sim N(8, 4)$$

$$P(X \leq 5) = P(X < 6) = P(X \leq 5.5) \rightarrow \text{CONTINUITEITS CORRECTIE}$$

DISCREET

CONTINU

DISCREET

CONTINU

$$P(X \leq 5,5)$$

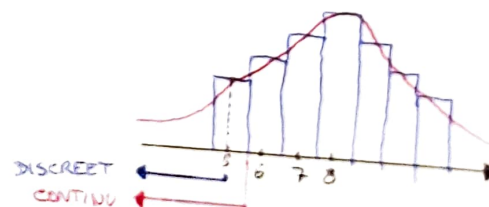
$$= P(Z \leq \frac{5.5-8}{\sqrt{4}})$$

$$= P(Z \leq -1.25)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1,25)$$

$$= 1 - 0,894$$

$$= 0,106$$



6.9) $\sigma^2 = 8$ $n = 15$ $N = 145$

X : gemiddelde celluloseconcentratie

1) 95% BI voor X ?

Stel $X \sim N(\mu, \sigma)$

ONBEKEND!

$$\left[\bar{x} \pm z_{\frac{0.05}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[145 \pm 1.96 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}} \right] = \left[145 \pm 4.0436 \right]$$

$$= [140.95 ; 149.05]$$

2) Normaliteit van X , geen uitschieters in steekproef

3) Als we zeer veel steekproeven van omvang 15 uit de populatie selecteren en bij elke steekproef het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor μ berekenen, dan zullen gemiddeld 95% van deze intervallen de onbekende μ bevatten

4) 95% BI voor X en σ^2 onbekend?

ONBEKEND!

Stel $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\left[\bar{x} \pm t_{15-n, \frac{0.05}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[145 \pm 2.145 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}} \right] = \left[145 \pm 4.4307 \right]$$

$$= [140.57 ; 149.43]$$

4.45)

De kuantielplot van $\log(\text{CO})$ is rechtlijnig
verdeel, en dat vermoeden dat het gaat om een
normale verdeling.

De kuantielplot van CO zelf is niet rechtlijnig

Vermoedelijk is de CO dus lognormaal verdeeld.

5.5) X : gehalte NO_x in uitlaat

$$X \sim N(1,4; 0,3)$$

$$n = 125$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{125} &\sim N(1,4; \frac{0,3^2}{125}) \\ &\sim N(1,4; 0,0072)\end{aligned}$$

$$P(\bar{X}_n > L) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow 1 - P(\bar{X}_{125} \leq L) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow P(\bar{X}_{125} \leq L) \geq -(0,01 - 1)$$

$$\Rightarrow P(Z \leq \frac{L - 1,4}{\sqrt{0,0072}}) \geq 0,99$$

$$\Rightarrow \frac{L - 1,4}{\sqrt{0,0072}} \geq 2,31$$

$$\Rightarrow L \geq 2,31 \sqrt{0,0072} + 1,4$$

$$\Rightarrow L \geq 1,46198$$

5.19) X : aantal aanvoerde toelatingen

$$1) \quad P = 0,70 \quad n = 1500 \quad \rightarrow X \sim B(1500; 0,70)$$

$$\begin{aligned}n \cdot P &= 1050 \\ n \cdot (1 - P) &= 450\end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Vermoeden OKé} \rightarrow X \sim N(1500 \cdot 0,7; 1500 \cdot 0,7 \cdot 0,3) \\ \sim N(1050; 315) \end{array} \right.$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{315} = 17,75$$

$$\mu = 1050$$

$$2) \quad \overset{\text{DISCREET}}{P(X \geq 1000)} \xrightarrow{\text{CONTINU}} P(X \geq 999,5) \rightarrow \text{CONTINUITETSCORRECTIE}$$

$$= 1 - P(X \leq 999,5) = 1 - 1 + P(Z \leq 2,845)$$

$$= 1 - P(Z \leq \frac{999,5 - 1050}{\sqrt{315}}) = 1 - 1 + 0,998$$

$$= 1 - P(Z \leq -2,845) = 0,998$$

3)

DISCREET

CONTINU

$$P(X > 1200) \approx P(X \geq 1200,5) \rightarrow \text{CONTINUITEITS CORRECTIE}$$

$$= P\left(Z \geq \frac{1200,5 - 11050}{\sqrt{3151}}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3,47)$$

$$\approx 1 - 1$$

$$\approx 0$$

6.3) X : gemiddelde leeftijd werknemers ONBEKEND!

$$n = 50 \quad \bar{x} = 36$$

$$X \sim N(\mu, 6)$$

1) 95% BI voor X ?

$$\left[\bar{x} \pm z_{\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}} \right] = \left[36 \pm 1,96 \cdot \frac{6}{\sqrt{50}} \right] = [36 \pm 1,663]$$

$$= [34,337 ; 37,663]$$

Als we veel steekproeven van grootte 50 zouden selecteren uit de populatie en voor elk een 95%-BI berekenen voor μ , dan zullen gemiddeld 95% van deze intervallen de onbekende μ bevatten.

2) FOUTMARGE : $z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$

$$z_{\frac{0,05}{2}} \frac{6}{\sqrt{n}} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow n = \left(z_{\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{6}{2} \right)^2$$

$$= (5,88)^2$$

$$= 34,57 \rightarrow n \geq 35$$

$$6.10) n = 20$$

$$95\% \text{ BI} : [17,66 ; 22,34]$$

1) Als we zeer veel steekproeven van grootte 20 uit de populatie selecteren en van elk een 95% BI berekenen, dan zal gemiddeld 95% van deze intervallen de onbekende μ bevatten

$$2) \quad [17,66 ; 22,34] \rightarrow 2e = 22,34 - 17,66$$

$$= 4,68$$

$$\Rightarrow e = 2,34$$

$$\bar{x} = 22,34 - e = 17,66 + e = 20$$

$$e_{95\%} = t_{19, \frac{0,05}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2,34$$

$$\Rightarrow S = 2,34 \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{1}{t_{19, 0,025}} = 2,34 \cdot \sqrt{20} \cdot \frac{1}{2,093} = 4,9999$$

95% BI?

$$\left[\bar{x} \pm t_{19, \frac{0,05}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right] = \left[20 \pm 1,729 \cdot \frac{4,952}{\sqrt{20}} \right] = [20 \pm 1,9330]$$

$$= [18,067 ; 21,933] \rightarrow \text{kleiner interval dan oorspronkelijk}$$

3)

$$\left[\bar{x} \pm t_{199, \frac{0,05}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right] = \left[20 \pm 1,984 \cdot \frac{4,9999}{\sqrt{200}} \right]$$

$$= [20 \pm 0,7014] = [19,299 ; 20,701]$$

$\rightarrow$ Kleiner dan oorspronkelijk interval

5.22)

1^e PROCES N σ^2 $X_1, \dots, X_m$ $N(N, \sigma^2)$ 2^e PROCES N $4\sigma^2$ $Y_1, \dots, Y_n$ $N(N, 4\sigma^2)$ 1) Toon aan: $\hat{\mu} = a\bar{X} + (1-a)\bar{Y}$ voor $a \in (0,1)$

$$\bar{X} \approx N\left(N, \frac{\sigma^2}{m}\right) \quad \bar{Y} \approx N\left(N, \frac{4\sigma^2}{n}\right)$$

+ ONAFHANKELIJK

Schatter $\hat{\mu}$ zuiver / onvertekend als:

$$E(\hat{\mu}) = N \quad \text{of} \quad E(\hat{\mu} - N) = 0$$

$$E(\hat{\mu})$$

$$= E(a\bar{X} + (1-a)\bar{Y})$$

$$= aE(\bar{X}) + (1-a)E(\bar{Y})$$

$$= a \cdot N + (1-a) \cdot N$$

$$= aN + N - aN$$

$$= N \rightarrow \text{Klopt, } \hat{\mu} \text{ is zuivere schatter}$$

2) Gegeven m, n zoek a die $Var(\hat{\mu})$ kleinst mogelijk maakt

$$Var(\hat{\mu})$$

$$= a^2 Var(\bar{X}) + (a-1)^2 Var(\bar{Y})$$

$$= a^2 \cdot \frac{\sigma^2}{m} + (a-1)^2 \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$= a^2 \frac{\sigma^2}{m} + (a^2 - 2a + 1) \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$= a^2 \left(\frac{\sigma^2}{m} + \frac{4\sigma^2}{n} \right) - a \frac{8\sigma^2}{n} + \frac{4\sigma^2}{n}$$

$\text{Var}(\bar{\mu})$ minimal $\rightarrow$ Ableite $\text{Var}(\bar{\mu}) = 0$

$$D(\text{Var}(\hat{\mu}))$$

$$= 2a \left(\frac{\sigma^2}{n} + \frac{4\sigma^2}{n} \right) - \frac{8\sigma^2}{n} = 0$$

$$\Rightarrow 2a \left(\frac{(\sigma^2 n) + (4\sigma^2 m)}{m+n} \right) = \frac{8\sigma^2}{n}$$

$$\Rightarrow a \left(\frac{\sigma^2(m+4m)}{m+n} \right) = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4\sigma^2}{n} \cdot \frac{(m+n)}{\sigma^2(m+4m)}$$

$$= \frac{4m+4n}{(n+4m)n}$$

5.4) X : gehalte stoff in mg/l

$$E(X) = 123 \quad \sigma^2 = 0,08 \quad \rightarrow N(123; 0,08)$$

$$1) \bar{X}_3 = (E(X), \frac{\text{Var}(X)}{n}) \rightarrow \bar{X}_3 \sim N(123, \frac{0,08}{3})$$

$$2) P(X \geq 123,2) \quad (\text{vgl } \bar{X}_3)$$

$$= 1 - P(X < 123,2)$$

$$= 1 - P(Z \leq \frac{123,2 - 123}{\sqrt{\frac{0,08}{3}}})$$

$$= 1 - P(Z \leq 1,22)$$

$$= 1 - 0,889$$

$$= 0,111$$

5.11) X Aantal km/dag

d : aantal dagen

$$X \sim N(40, 7^2)$$

Var(X) over d dagen?

gevaagd: $P\left(\sum_{i=1}^d x_i > 5000\right) \leq 0,01$

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{1}{d} \text{Var}(X_i) = \frac{\sigma^2}{d}$$

$$E(dX) = d \cdot E(X) = d \cdot 40$$

$$\text{Var}(dX) = d^2 \text{Var}(\bar{X}) = d^2 \cdot \frac{\sigma^2}{d} = d \cdot \sigma^2 = d \cdot 7^2 = d \cdot 49$$

$$Y \sim N(40d, 49d)$$

Y : Aantal km/ d dagen

$$P(Y > 5000) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow P\left(Z > \frac{5000 - 40d}{\sqrt{49d}}\right) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{5000 - 40d}{7\sqrt{d}}\right) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{5000 - 40d}{7\sqrt{d}}\right) \leq 0,99$$

$$\Rightarrow \frac{5000 - 40d}{7\sqrt{d}} = 2,34$$

$$\Rightarrow 5000 - 40d - 16,38\sqrt{d} = 0 \quad \downarrow \quad q = \sqrt{d}$$

$$\Rightarrow -40q^2 - 16,38q + 5000 = 0$$

$$\Rightarrow 40q^2 + 16,38q - 5000 = 0$$

$$q = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-16,38 \pm \sqrt{16,38^2 - 4 \cdot 40 \cdot (-5000)}}{2 \cdot 40}$$

{

$q_1 = 10,97$
 $q_2 = -11,39$

→ NEGATIEF

$$q = \sqrt{d} \Rightarrow d_1 = 10,97^2 = 120,34$$

$\Rightarrow$ Na 120 dagen rijden is de kans dat ze meer dan 5000 km rijdt kleiner dan 0,01

5.21) $n = 1000$ $p = 2/3 = 0,67$ $\rightarrow X \sim B(1000; 0,67)$
 X : aantal eters

$$\left. \begin{array}{l} nP = 666 \\ n(1-p) = 333 \end{array} \right\} \text{Vernormen OK} \rightarrow X \approx N\left(1000 \cdot \frac{2}{3}; 1000 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}\right)$$

$$\sim N(666, 222)$$

$$P(X > s) \leq 0,02 = P(X \geq s + 0,5) \rightarrow \text{CONTINUÏTEITS CORRECTIE !}$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq s + 0,5) \leq 0,02$$

$$\Leftrightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{s + 0,5 - 666}{\sqrt{222}}\right) \leq 0,02$$

$$\Leftrightarrow \frac{s + 0,5 - 666}{\sqrt{222}} \leq 2,05$$

$$\Leftrightarrow s \leq 696,04 \rightarrow \text{Minstens 697 stalen nodig}$$

5

6.18) Aangepaste opgave Toledo

$$1) \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \frac{1}{n} \quad X: \text{gem. extrauren slaar}$$

$$= \frac{1}{10} \cdot (0,7 + (-1,6) + (-0,2) + \dots + 2,0)$$

$$= 0,66$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{9} \cdot ((0,7 - 0,66)^2 + (-1,6 - 0,66)^2 + \dots + (2,0 - 0,66)^2)$$

$$= 3,451$$

95% BI voor $\bar{x}$?

$$\left[\bar{x} \pm t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,66 \pm t_{9, 0,025} \cdot \frac{\sqrt{3,451}}{\sqrt{10}} \right] = \left[0,66 \pm 1,3288 \right]$$

$$= [-0,669, 1,989]$$

 $H_0: \mu = 0$ (geen effect) $H_1: \mu \neq 0$ (wel effect)

we zien dat $0 \in [-0,67, 1,99]$, dus hebben we geen bewijs van H_1 op significantieniveau 5%

a) Boxplot 2 $\rightarrow$ Kijken naar waarden + symmetrieb) Kwantielplot $\rightarrow$ Rechthoekig, dus aannemelijkc) Shapiro Wilk $\rightarrow$ Testen van normaliteit

$$I) H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$H_1: X \not\sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$II) W = 0,92066$$

$$III) P = 0,3625$$

IV) $P > 0,05 \rightarrow$ we behouden H_0 en nemen aan dat X normaalverdeeld is

2) Heeft medicament 1 invloed op extra slaap?

1) $H_0: \mu \leq 0$

$H_1: \mu > 0$

$\alpha = 0,05$

2) Voorwaarden

- Normaliteit van X $\rightarrow$ geen uitchieters
 $\rightarrow \sigma^2$ onbekend

3)

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

4) $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{0,66 - 0}{\sqrt{3,451}/\sqrt{10}} = 1,123 \sim_{H_0} t_9$

5) $P(T \geq 1,123)$

$= [0,10 ; 0,25]$

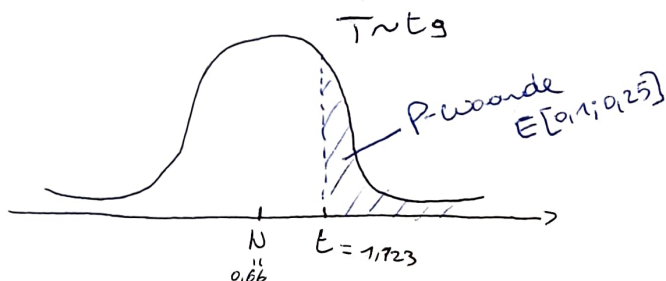
$= [0,10 ; 0,25] \rightarrow$ P-waarde ligt tussen 0,10 en 0,25
 $\hookrightarrow$ Is steeds groter dan α

$\Rightarrow$ P-Waarde $> \alpha$

$\rightarrow$ we verworpen H_0 niet, we vinden geen bewijs van H_1 op significantieniveau 5%

Dit wil zeggen dat we mogen besluiten dat medicament 1 geen positieve invloed heeft.

3) Schets met test- en P-waarde

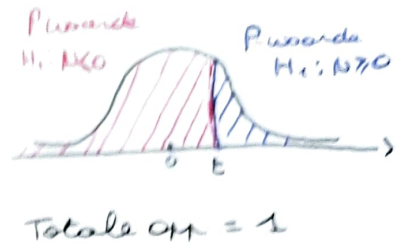


4) Betekenis?

$\rightarrow$ P-waarde is kans onder H_0 op een testwaarde die minstens zo extreem ligt in de richting van het alternatief als de waarde uit de geobserveerde steekproef

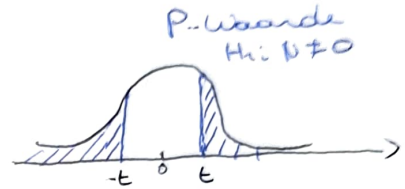
5) Indien $H_1: \mu < 0$

$$\rightarrow P\text{-waarde} = 1 - 0,1452 = 0,8584$$



6) Indien $H_1: \mu \neq 0$

$$\rightarrow P\text{-waarde} = 2 \cdot 0,1452 = 0,2904$$



7) Fout?

$\rightarrow$ Type 2: Nullhypothese niet verwerpen terwijl ze in werkelijkheid niet waar is.

Hier: Aannemen dat medicament 1 de extra slaspijnen niet positief beïnvloed terwijl dit eigenlijk wel zo is.

6.25)

1) 95% van $\text{Med}(X)$ met $n = 10$

$$[x_{(n)}, x_{(n-k+1)}] = [x_{(10)}, x_{(6)}] = [-1,6; 0,0]$$

6.31) $n = 500$ $\bar{p} = \frac{421}{500} = 0,842$

P : proportie gezinnen met keurbaan

1) 90% BI voor X ?

$$pm = \frac{421}{500} \left\{ \begin{array}{l} \text{Verwaarden oké} \rightarrow [\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \end{array} \right.$$

$$= [0,842 \pm z_{\frac{0,10}{2}} \sqrt{\frac{0,842 \cdot 0,158}{500}}] = [0,842 \pm 1,65 \cdot 0,01631]$$

$$= [0,815; 0,869]$$

2) Voorwaarden?

$$\begin{matrix} n\hat{p} \geq 5 \\ n(1-\hat{p}) \geq 5 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{Beide oké} \end{array} \right.$$

3) Indien we zeer veel steekproeven met grootte 500 selecteren uit de populatie en voor elk een 90% BI opstellen, dan zal gemiddeld 90% van deze intervallen de onbekende p bevatten

4) Meer dan 80% een kerstboom?

$$\alpha = 0,01$$

1) $H_0: p \leq 0,8$ $H_1: p > 0,80$

2) Voorwaarden oké $\rightarrow$ zie 2)

3)
$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \underset{H_0}{\approx} N(0,1)$$

4)
$$\frac{0,842 - 0,8}{\sqrt{\frac{0,80 \cdot 0,20}{500}}} = 2,348 \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

5)
$$\begin{aligned} P(X > 2,348) \\ &= 1 - P(X \leq 2,348) \\ &= 1 - 0,991 \\ &= 0,009 \end{aligned}$$

$$p\text{-waarde} < \alpha (= 0,01)$$

6) De kans op een waarde die minstens zo alternatief is als de geobserveerde waarde, onder H_0 , is kleiner dan α .
We verwijzen dus de nulhypothese en gaan uit van H_1 .
Indere situatie: ja, meer dan 80% zal kerstboom zetten

6.6) STEL σ ONBEKEND !

6) Meetinstrument juist gehalibreerd?

$$n=5 \quad \bar{x} = 10,0023 \quad s = 0,002$$

$$\alpha = 0,01$$

$$1) H_0: \mu = 10 \quad H_1: \mu \neq 10$$

2) Veronderstellen

→ geen uitschieters

→ Normaliteit van X → ja, gegeven

$$3) \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$4) \frac{10,0023 - 10}{\frac{0,002}{\sqrt{5}}} = 2,571 \sim_{H_0} t_4$$

$$5) 2P(T > |t|)$$

$$= 2 \cdot P(T > 2,571)$$

$$= 2 \cdot [0,025 ; 0,050]$$

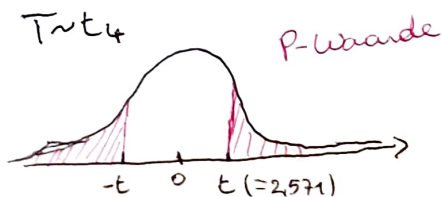
$$= [0,05 ; 0,10] \rightarrow \text{P-waarde tussen } 0,05 \text{ en } 0,10$$

$$\text{P-waarde} > \alpha (=0,01)$$

6) We vinden geen reden om H_0 te verwwerpen op significantieniveau α .

We nemen aan dat meetinstrument juist staat.

7) Schets met testwaarde en P-waarde



8) 99% BI van $\bar{X}$?

$$\left[\bar{x} \pm t_{n-1; \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[10,0023 \pm t_{4; 0,005} \frac{0,002}{\sqrt{5}} \right]$$
$$= \left[10,0023 \pm 4,604 \cdot \frac{0,002}{\sqrt{5}} \right] = [9,998 ; 10,006]$$

$10 \in [9,998 ; 10,006] \rightarrow$ Klopt!

9)

α Toenemen $\rightarrow$ Breder interval $\rightarrow$ Sneller Aanvaarden

n Toenemen $\rightarrow$ Testwaarde groter $\rightarrow$ P-waarde kleiner
 $\rightarrow$ Kleiner interval

6.38) $n = 250$ $\alpha = 0,05$ $H_0: P \leq 0,1$ $H_1: P > 0,1$

Nullhypothese Verwerpen $\rightarrow$ P-waarde $< \alpha$

$$P(X > t) < \alpha (= 0,05)$$

met t = testwaarde

$$\Leftrightarrow P(X > t) < 0,05$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq t) < 0,05$$

$$\Leftrightarrow P(Z \leq t) \geq 0,95$$

$$\Leftrightarrow t \geq 1,64$$

(Omgekeerde Hypothesetest)

$$\Leftrightarrow \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \geq 1,64$$

$$\Leftrightarrow \frac{\hat{P} - 0,1}{\sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,9}{250}}} \geq 1,64 \quad \Leftrightarrow \hat{P} \geq 0,1311$$

6.40) $n = 5$ $\hat{p} = 0$ P : Proportie beeldrijke

1) Testen

" $H_0: P = 0,5$

$H_1: P \neq 0,5$

$\alpha = 0,1$

2) Verwaarden?

$\rightarrow nP \geq 5$ en $n(1-P) \geq 5 \rightarrow$ NIET VOLDAAN

3) $X = n\hat{p} \sim B(n, P_0)$

4) $X = 5 \cdot 0 \underset{H_0}{\sim} B(5, 0,5)$

5) $2P(X \leq 0)$

$\rightarrow$ want $n\hat{p} \leq \lfloor nP_0 \rfloor$

$= 2 \cdot (P(X \leq 0))$

$\rightarrow$ zie P300

$= 2 \cdot (P(X = 0))$

$= 2 \cdot \left(\binom{5}{0} \cdot (0,5)^0 \cdot (0,5)^5 \right)$

$= 2 \cdot (0,03125)$

P-waarde $< \alpha$

$= 0,06250$

$\rightarrow H_0$ verwerpen.

2) Fouten

$\rightarrow$ Type 1: H_0 verwerpen terwijl die wel waar is

Het muntstuk oneerlijk noemen indien toch eerlijk.

3) P-waarde $= 0,0625$

$\alpha = 0,05$

P-waarde $> \alpha$

$\rightarrow H_0$ behouden

4) Fouten

$\rightarrow$ Type 2: H_0 behouden terwijl eigenlijk onwaar

ZIE 1.5)

P-waarde $< \alpha$
 $\rightarrow H_0$ verwerpen

5) $H_0: P \geq 0,5$ $H_1: P < 0,5$ $\alpha = 0,05$ P-waarde $= 0,03125 \Rightarrow$ JA

6.9)

$$\bar{x} = 145 \quad \sigma = 8 \quad n = 15$$

$$5) \quad \alpha = 0,01$$

$$1) \quad H_0: \mu \leq 140 \quad H_1: \mu > 140$$

2) Verwaarden?

→ geen uitschieters

→ Normaliteit X

3)

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$4) \quad \frac{145 - 140}{8/\sqrt{15}} = 2,42 \sim_{H_0} N(0,1)$$

$$\begin{aligned} 5) \quad & P(X > 2,42) \\ &= 1 - P(X \leq 2,42) \\ &= 1 - 0,992 \\ &= 0,008 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & P\text{-waarde} < \alpha \\ & \rightarrow H_0 \text{ verwerpen bij } \alpha \end{aligned}$$

6)

$$3) \quad \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$4) \quad \frac{145 - 140}{8/\sqrt{15}} = 2,42 \sim_{H_0} t_{14}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad & P(T > t) \\ &= P(T > 2,42) \\ &= [0,01; 0,025] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & P\text{-waarde} \geq \alpha \\ & \rightarrow H_0 \text{ behouden} \end{aligned}$$

6.12) $n = 30$ $\bar{x} = 300,02$ $s = 0,2$

1) $\alpha = 0,01$

1) $H_0: N = 300$ $H_1: N \neq 300$

2) Aanvaarden
 $\rightarrow$ Normaliteit $X \rightarrow$ veronderstelling

3) $\frac{\bar{X} - N_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

4) $\frac{300,02 - 300}{0,2/\sqrt{30}} = 0,5477 \sim_{H_0} t_{29}$

5) $2 \cdot P(T > |t|)$

$= 2 \cdot (P(T > |t|))$

$= 2 \cdot (P(T > 0,5477))$

$= 2 \cdot ([0,250 ; 0,500])$

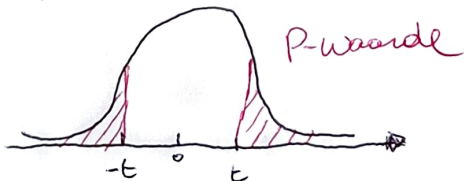
$= 2 \cdot [0,500 ; 1,00]$

$\Rightarrow P\text{-waarde} > \alpha$

$\rightarrow H_0$ aanvaarden bij α

6) H_0 aanvaarden

2) $T \sim t_{29}$



3) Type 1 Fout

$\rightarrow H_0$ aanvaarden indien niet waar

Aanvaarden dat gemiddeld 300 gram maar werkelijk anders

4)

1) $H_0: N \leq 300$

$H_1: N > 300$

2) OK

3) Zie 2)

4) zie 2) $\rightarrow t = 0,5477$

5) $P(T > 0,5477)$
 $= [0,250; 0,500]$

6) P-Waarde $> \alpha$
 $\rightarrow H_0$ behouden

5)



6) Betekenis P-Waarde
 $\rightarrow$ kans, onder nulhypothese, op een waarde die minstens zo alternatief is als de gegeven waarde van de geobserveerde steekproef

6.27)

1) Neen
 $\rightarrow$ Niet rechtlijnig
 $\rightarrow$ Exponentiële Curve

2) Log-Transformatie: Lognormale Verdeling
 $\rightarrow$ Log-grafiek wel rechtlijnig

3) Lognormale Verdeling

6.37) 99% BI met breedte $\leq 0,01$

P: proportie van de bevolking die gaat stemmen

1) S_f voor vaste n maximaal als $p = 0,5$?

$$S = \frac{P_0(1-P_0)}{n} \text{ bij gelijke } n \text{ maximaal?}$$

$$\Rightarrow P_0(1-P_0) \text{ maximaal}$$

$$\Rightarrow P_0 - P_0^2 \text{ maximaal}$$

$$\Rightarrow D(P_0 - P_0^2) = 0 \quad (\text{afgeleide})$$

$$\Rightarrow -2P_0 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow P_0 = 1/2$$

2)

$$\left[p \pm Z_{0,005} \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \right] \rightarrow \text{Breedte} = 2 \cdot Z_{0,005} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$2 \cdot Z_{0,005} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \leq 0,01$$

$$\Rightarrow \frac{P(1-P)}{n} \leq \left(\frac{0,01}{2 Z_{0,005}} \right)^2$$

$$\Rightarrow n \leq \frac{P(1-P)}{\left(\frac{0,01}{2 Z_{0,005}} \right)^2} \quad \text{met } P = 0,50 \quad (\text{zie 1})$$

$$\leq 65025$$

$$\begin{array}{l} 3) \quad Z_{0,025} = 1,96 \rightarrow n = 38416 \\ \quad \quad Z_{0,05} = 1,64 \rightarrow n = 26896 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 3) \quad Z_{0,025} = 1,96 \rightarrow n = 38416 \\ \quad \quad Z_{0,05} = 1,64 \rightarrow n = 26896 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{zelfde werkwijze} \\ \text{als 2)} \end{array}$$

6]

$$8.1) \quad n_M = 784 \quad n_V = 820 \quad \hat{P}_M = 0,30 \quad \hat{P}_V = 0,28$$

$$1) \quad \hat{P}_M = 0,30 \quad \hat{P}_V = 0,28 \quad P: \text{Proportie tegen uitslag}$$

95% BI voor $P_M - P_V$

• Verkeerd

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow n_M P_M \geq 5, \quad n_M (1 - P_M) \geq 5 \\ \rightarrow n_V P_V \geq 5, \quad n_V (1 - P_V) \geq 5 \end{array} \right\} \text{OK!}$$

• BI:

$$\begin{aligned} & \left[\hat{P}_M - \hat{P}_V \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P_M(1-P_M)}{n_M} + \frac{P_V(1-P_V)}{n_V}} \right] \\ &= \left[0,30 - 0,28 \pm z_{0,025} \cdot \sqrt{\frac{0,30(1-0,30)}{784} + \frac{0,28(1-0,28)}{820}} \right] \\ &= [0,02 \pm 0,0444] = [-0,0244 ; 0,0644] \end{aligned}$$

$$2) \quad 1) \quad H_0: P_M \leq P_V \quad H_1: P_M > P_V \quad \alpha = 0,05$$

2) Verkeerd
→ zie 1), OK!

3)

$$\frac{\hat{P}_M - \hat{P}_V}{\sqrt{\frac{\hat{P}_M(1-\hat{P}_M)}{n_M} + \frac{\hat{P}_V(1-\hat{P}_V)}{n_V}}} \approx_{H_0} N(0,1)$$

$$4) \quad \frac{0,30 - 0,28}{\sqrt{\frac{0,30 \cdot 0,70}{784} + \frac{0,28(1-0,28)}{820}}} = 0,8824 \sim_{H_0} N(0,1)$$

$$\begin{aligned} 5) \quad & P(X > 0,8824) \\ &= 1 - P(X \leq 0,8824) \end{aligned}$$

$$= 1 - P(Z \leq 0,8824)$$

6) P-waarde $> \alpha$

$$= 1 - 0,811$$

$\rightarrow H_0$ behouden

$$= 0,189$$

S. 13)

PLACEBO: $\bar{y}_P = 6,62$

$S_P = 5,62$

$n_P = 10$

STEREODE: $\bar{y}_S = 6,85$

$S_S = 1,91$

$n_S = 10$

1) 95% BI $y_S - y_P$

• Voorwaarden?

$\rightarrow$ Ongepaard (= Onafhankelijk)

$\rightarrow$ Normaliteit van y_S en y_P

$\rightarrow \sigma_P^2 \neq \sigma_S^2 \rightarrow$ zie *

• BI

$$\left[\bar{y}_P - \bar{y}_S \pm t_{R, \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_S^2}{n_S} + \frac{S_P^2}{n_P}} \right] \text{ met } R = \frac{\left(\frac{S_S^2}{n_S} + \frac{S_P^2}{n_P} \right)^2}{\frac{(S_S^2/n_S)^2}{n_S-1} + \frac{(S_P^2/n_P)^2}{n_P-1}}$$

$$= \left[6,62 - 6,85 \pm t_{9, 0,025} \sqrt{\frac{1,91^2}{10} + \frac{5,62^2}{10}} \right] = 11,05$$

$$= [-0,23 \pm 4,1313] = [-4,361; 3,901]$$

* Aantonen $\sigma_P^2 \neq \sigma_S^2$

1) $H_0: \sigma_P^2 = \sigma_S^2$ $H_1: \sigma_P^2 \neq \sigma_S^2$

2) Voorwaarden?

$\rightarrow$ ongepaard

$\rightarrow$ Normaliteit Per S } OK

3) $F = S_P^2 / S_S^2 \sim F_{n_P-1, n_S-1}$

4) $F = \frac{5,62^2}{1,91^2} = 8,66 \sim_{H_0} F_{9,9}$

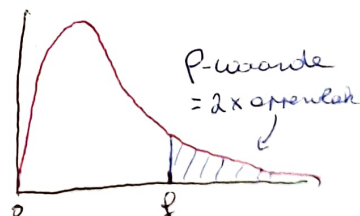
5) P-Waarde $\rightarrow$ Niet kunnen berekenen

Basisregel: H_0 verwerpen als $f < 1/4$ of $f > 4$

6) $f = 8,66 > 4$

$\rightarrow H_0$ verwerpen

SCHETS P-WAARDE



6.42) $n = 200$ $E(X) = 0 \cdot \frac{10}{200} + 1 \cdot \frac{41}{200} + \dots + 4 \cdot \frac{22}{200} = 2,2$
 $\rightarrow 2,2$ even dobbelstenen verwacht bij 4 van 4
 $\hat{P}(\text{even dobbelsteen}) = \frac{2^2}{4} = 0,55$

1) $X \sim B(n, p)$

$\rightarrow$ Binomiale verdeling is sam van n onafhankelijke Bernoulli-experimenten.

$\rightarrow$ Parameters:

$n \rightarrow$ Aantal uitproeven $\rightarrow 200$

$p \rightarrow$ Kans op succes $\rightarrow 0,50$ (Eerlijke dobbel)

2) Verwachte Frequenties?

Eerlijke dobbelsteen: $1/2$ kans op even

$P(0 \text{ even}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \binom{4}{0} = 0,0625 \rightarrow f_0 = 0,0625 \cdot 200 = 12,5$

$P(1 \text{ even}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \binom{4}{1} = 0,25 \rightarrow f_1 = 0,25 \cdot 200 = 50$

$P(2 \text{ even}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \binom{4}{2} = 0,375 \rightarrow f_2 = 0,375 \cdot 200 = 75$

$P(3 \text{ even}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \binom{4}{3} = 0,25 \rightarrow f_3 = 0,25 \cdot 200 = 50$

$P(4 \text{ even}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \binom{4}{4} = 0,0625 \rightarrow f_4 = 0,0625 \cdot 200 = 12,5$

#EVEN	0	1	2	3	4	
STEEKPROEF	10	41	70	57	22	bij 200 waren
VERWACHT	12,5	50	75	50	12,5	

3) Zijn dobbelstenen eerlijk?

1) $H_0: X \sim B(4; 0,5)$ $H_1: X \sim B(4, p)$ met $p \neq 0,5$

2) Voorwaarden?

$\alpha = 0,05$

→ Absolute Frequencies $\geq 5 \rightarrow OK$

3)

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - n \cdot p_0(m_j))^2}{n \cdot p_0(m_j)} \approx \chi^2_{\nu} \quad \text{met } \nu = k - \# \text{ geschatte param} - 1$$

$= 5 - 1$
 $= 4$

4)

$$\chi^2 = \frac{(10 - 12,5)^2}{12,5} + \dots + \frac{(22 - 12,5)^2}{12,5}$$
$$= 10,65333 \sim \chi^2_4$$

5) $P(\chi^2_4 > 10,6533)$

$= [0,025; 0,050] \rightarrow P\text{-waarde tussen } 0,025 \text{ en } 0,050$

6) $P\text{-waarde} < \alpha$

→ Verwerpen H_0 , de dobbelsteen is niet eerlijk verdeeld

8.14)

TYPE 1: $n_1 = 100$ $\bar{y}_1 = 1180$ $s_1 = 140$

TYPE 2: $n_2 = 110$ $\bar{y}_2 = 1160$ $s_2 = 134$

2) Type 2 langere levensduur?

1) $H_0: \bar{Y}_1 \leq \bar{Y}_2$ $H_1: \bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$ $\alpha = 0,05$

2) Voorwaarden

→ ongepaard (= onafhankelijk) → Aanname

→ Normaliteit van Y_1 en Y_2 → zie R-code → Boxplot

→ Geen uitschieters

→ Varianties gelijk?

1) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2) Voorwaarden

→ Normaliteit + ongepaard → OK

3) $F = S_1^2 / S_2^2 \sim F_{n_1-1, n_2-1}$

4) $f = \frac{140^2}{134^2} = 1,0916$

5) $f \in [1/4, 4] \rightarrow H_0$ behouden

6) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Baringsregel, dan ook via
P-waarde uit R-code

3)

$$\frac{Y_1 - Y_2}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2} \quad \text{met } S_P^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$= 18738,48$$

$$\Rightarrow S_P = \sqrt{S_P^2} = 136,89$$

4)

$$\frac{1180 - 1160}{136,89 \sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{110}}} = 1,057 \sim_{H_0} t_{208}$$

5)

$$P(T > t)$$

$$= P(T > 1,057)$$

$$= [0,100 ; 0,250]$$

6) P-waarde $> \alpha$ $\rightarrow H_0$ behouden

4) Van 2):

 $\rightarrow$ RECHTSEENZIJDIG

LINKSEENZIJDIG



TWEEZIJDIG



8.24)

1) Is er verschil tussen extra slaar med1 en med2?

$$1) H_0: N_1 = N_2$$

$$H_1: N_1 \neq N_2$$

2) Voorwaarden

 $(\rightarrow \text{Normaliteit } Y_1 \text{ en } Y_2 \rightarrow \text{OK, zie 6.18})$
 $\rightarrow$ ongepaard $\rightarrow$ NIET OK $\bar{E} \rightarrow$ afhankelijk van Patiënt $\rightarrow$ Normaliteit $V = Y_1 - Y_2 \rightarrow$ Aanname

3)

$$\frac{\bar{V}}{S_V / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$\text{met } S_V^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2$$

$$4) t = \frac{\mu_1 - \mu_2}{s_v / \sqrt{n}} = \frac{2,33 - 0,66}{1,13 / \sqrt{10}} = -4,67$$

→ zie 8.16) en
P-Code voor
 μ_1, μ_2

$$\begin{aligned} 5) & 2 P(T > |t|) \\ &= 2 \cdot P(T > 4,67) \\ &= 2 \cdot 0 \\ &\approx 0 \end{aligned}$$

6) P-waarde $< \alpha$
→ H_0 verworpen

8.3) $n = 500$

OK: Voor: 400 Nb: 450

NIET OK: Voor: 100 Nb: 50

$$\begin{aligned} \downarrow & \quad \downarrow \\ P_{\text{NIET OK}} &= \frac{100}{500} = 0,2 \quad P_{\text{NIET OK}} = \frac{50}{500} = 0,1 \end{aligned}$$

1) 90% BI voor $P_V - P_N$

• Voorwaarden?

$$\begin{aligned} \rightarrow n P_V &\geq 5 \quad n(1-P_V) \geq 5 \\ \rightarrow n P_N &\geq 5 \quad n(1-P_N) \geq 5 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow n P_V &\geq 5 \quad n(1-P_V) \geq 5 \\ \rightarrow n P_N &\geq 5 \quad n(1-P_N) \geq 5 \end{aligned}} \right\} \text{OK}$$

$$\left[\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} \right]$$

$$= \left[0,2 - 0,1 \pm Z_{0,05} \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{500} + \frac{0,1 \cdot 0,9}{500}} \right] = [0,1 \pm 0,036395]$$

$$= [0,0631 ; 0,1369]$$

2) Verbetering of $\alpha = 0,05$?

$$1) H_0: \mu_V \leq \mu_N \quad H_1: \mu_V > \mu_N$$

2) Voorwaarden

→ zie 1). OK!

3)

$$\frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

4)

$$\frac{0,2 - 0,1}{\sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{500} + \frac{0,1 \cdot 0,9}{500}}} = 4,472 \sim_{H_0} N(0, 1)$$

$$5) P(X > 4,472)$$

$$= 1 - P(X \leq 4,472)$$

$$= 1 - P(Z \leq 4,472) \quad \downarrow X \sim N(0, 1)$$

$$= 1 - \approx 1$$

$$\approx 0$$

$$6) P\text{-waarde} < \alpha$$

→ H_0 verwerpen

3) Type 2 Fout: H_0 verwerpen indien toch waar

→ Annemen dat er verbetering is terwijl in werkelijkheid niet het geval is.

$$8.16) \begin{array}{ll} \text{MAN: } n=56 & \bar{y}_M = 85,6 \quad s_M = 2 \\ \text{VROU: } n=46 & \bar{y}_V = 75,2 \quad s_V = 1,5 \end{array}$$

$$1) H_0: \mu_M \leq \mu_V + 10 \quad H_1: \mu_M > \mu_V + 10$$

2) Verwaarden!

→ ongepaard

→ Normaliteit Y_M, Y_V

→ Varianties gelijk?

$$1) H_0: \sigma_M^2 = \sigma_V^2 \quad H_1: \sigma_M^2 \neq \sigma_V^2$$

2) Verwaarden OK

$$3) F = \frac{s_M^2}{s_V^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

$$4) f = \frac{2^2}{1,5^2} = 1,78 \quad \rightarrow \text{Met Lusinregel: behouden } H_0 \text{ maar met exacte P-waarde: } H_0 \text{ verwerpen}$$

6) H_0 verwerpen

$$\sigma_M^2 \neq \sigma_V^2$$

$$3) \frac{\hat{Y}_M - \hat{Y}_V}{\sqrt{\frac{S_M^2}{n_M} + \frac{S_V^2}{n_V}}} \sim t_R \quad \text{met } R = \frac{\left(\frac{S_M^2}{n_M} + \frac{S_V^2}{n_V} \right)^2}{\frac{(S_M^2/n_M)^2}{n_M-1} + \frac{(S_V^2/n_V)^2}{n_V-1}}$$

$$4) \frac{85,6 - (75,2 + 10)}{\sqrt{\frac{2^2}{56} + \frac{1,5^2}{46}}} = 1,153 \sim t$$

$$5) P(T > 1,153) \\ = [0,1; 0,25]$$

$$2) n_M = 560 \quad n_V = 460 \quad \alpha = 0,1$$

→ zelfde test als 1)

$$t = 3,6463$$

$$R =$$

$$P\text{-waarde} \approx 0$$

$$3) S_M^2 = 8^2 \quad S_V^2 = 6^2$$

$$1) H_0: \mu_M \leq \mu_V + 10 \quad H_1: \mu_M > \mu_V + 10$$

2) Voorwaarden

→ ongepaard

→ normaliteit X_M, X_V

→ σ_M^2, σ_V^2 onbekend

$$3) \frac{Y_1 - Y_2}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2} \quad \text{met } S_P^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \\ = 51,375$$

$$4) \frac{85,6 - (75,2 + 10)}{S_P \sqrt{\frac{1}{560} + \frac{1}{460}}} = 0,911 \quad \sim_{H_0} t_{1020}$$

$$5) P(T > 0,912) \\ = [0,1; 0,25]$$

$$6) P\text{-waarde} > \alpha \\ \rightarrow H_0 \text{ behouden}$$