

Stochastic models

August 2021

1 Vraag 1

$$\begin{pmatrix} a & 0 & b & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \\ a & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bovenstaande matrix stelt de transition matrix van een systeem met vier toestanden A (eerste rij), B (tweede rij), C (derde rij) en D (laatste rij) voor. Toestand D is duidelijk absorbing.

- Geef de gemiddelde tijd nodig om beginnende van toestand A geabsorbeerd te worden door toestand D.
- Geef de waarde van b zodat de gemiddelde tijd om vanaf een toestand welke staat in de absorbing toestand terecht te komen hetzelfde zou zijn + bereken de hitting time voor deze waarde.

2 Vraag 2

Je doet een onderzoek naar de hoeveelheid verkeer er voorbij een bepaald tankstation rijdt. Je neemt waar dat deze hoeveelheid zich voordoet als een Homogeen Poisson Process met rate $\lambda = 40$ events per hour. Daarboven merk je ook op dat er 4 verschillende dingen voorbij komen: voetgangers met een kans van 30%, fietsers met een kans van 10%, bussen met een kans van 40% en auto's met een kans van 20%. Je mag veronderstellen dat de arrival van een van deze dingen onafhankelijk is van het aankomen van de andere.

- Bereken de kans dat er minstens 1 fietser kwam in een half uur.
- Stel je neemt over een periode van 2 uur 10 bussen en 9 auto's waar, wat is the expected number of voetgangers dat je over deze 2 uur zou waarnemen.
- Stel het voorbijgane uur nam je 10 voertuigen (= bussen of auto's) waar, wat is de kans dat 6 van deze voertuigen bussen waren?

3 Vraag 3

Gegeven random verhaal over iets me de ruimte ma kdenk da da nie zo belangrijk was hahah en iets van X en Y coördinaten van een ufo ofzo: $dX(t) = X(t)dt + Y(t)dW_t$, $dY(t) = Y(t)dt - X(t)dW_t$ en $X(0) = Y(0) = 10$

- Bepaal de SDE van $R(t)$ met $R(t) = X^2(t) + Y^2(t)$.
- Bepaal de verwachtingswaarde van $R(t)$ na 2 jaar.