

THEMA'S VAN DE MATHEMATISCHE FYSICA
(12/06/2013)

Large Deviations – professor Maes

De examenvragen over large deviations werden de laatste les gegeven om thuis voor te bereiden. Het examen bestond erin deze vragen af te geven en kort te overlopen.

1 *Mondeling met huiselijke schriftelijke voorbereiding.*

Beschouw een systeem van N spins $\sigma_i \in \{-1, +1\}$: $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$, waarvan de energie bepaald kan worden met energiefunctie

$$E_N(\sigma) = -\frac{J}{N} \sum_{i,j=1}^N \sigma_i \sigma_j - h \sum_{i=1}^N \sigma_i.$$

Dit model wordt het Curie-Weiss-model genoemd.

Bepaal de fluctuatiefunctie $I(m)$, zodat

$$\text{Prob} \left[\frac{1}{N} \sum_i \sigma_i \simeq m \right] = e^{-NI(m)}.$$

Toon hiermee aan dat er een faseovergang plaatsvindt en er spontane magnetisatie kan optreden.

2 *Mondeling met huiselijke schriftelijke voorbereiding.*

Beschouw een mengsel van N elektronen die allen gepolariseerd zijn in de x -richting. De dichtheidsmatrix van dit systeem wordt gegeven door

$$\rho_N = \frac{e^{-\beta H_N}}{Z_N}, \quad (1)$$

met $Z = \text{Tr } \rho_N$ en

$$\begin{aligned} H_N &= \sigma_1^x \otimes \dots \otimes \sigma_N^x \\ &= \sigma_1^x \otimes \mathbb{1}_2 \otimes \dots \otimes \mathbb{1}_N + \mathbb{1}_1 \otimes \sigma_2^x \otimes \mathbb{1}_3 \otimes \dots \otimes \mathbb{1}_N + \dots \mathbb{1}_1 \otimes \dots \otimes \sigma_N^x. \end{aligned} \quad (2)$$

Fermionsystemen – professor Fannes

Het examen van dit deel bestaat erin dat je een aantal fundamentele concepten uit de cursus aan bord uitlegt voor professor Fannes. Tijdens de lessen zijn een aantal zaken geponeerd, waarvan dan gevraagd is dit thuis uit te werken of te bewijzen. Er wordt tijdens het examen ook gevraagd of dit gelukt is.