

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Tot |
|---|---|---|---|---|-----|
|   |   |   |   |   |     |



# Thermodynamica

21 Juni 2024

## 1 3/20 punten

De Kelvin formulering van de tweede wet stelt dat: “Het is onmogelijk een machine te construeren die cyclisch warmte opneemt uit een enkel reservoir en deze volledig omzet in arbeid”. De Clausius formulering stelt dat “Het is onmogelijk om een motor, verbonden met twee warmtereservoirs, een cyclisch proces uit te laten voeren dat als enige resultaat heeft de overdracht van een hoeveelheid warmte van het reservoir met lage temperatuur naar het reservoir met hoge temperatuur.” Bewijs dat als de Clausius formulering ongeldig is, dan is ook de Kelvin formulering ongeldig.

## 2 3/20 punten

De Clausius-Clayperon vergelijking is

$$\left. \frac{dP}{dT} \right|_{coex.} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1} \quad (1)$$

Leg deze vergelijking uit door betekenis van de verschillende termen te bespreken. In water verlaagt een drukverhoging de smelttemperatuur. Leg dit uit aan de hand van (1).

## 3 5/20 punten

Een Brayton cyclus bestaat uit twee adiabatistische en twee isobare (=gelijke  $P$ ) transformaties. Beschouw een monoatomisch ideaal gas bestaande uit  $N$  deeltjes die de cyclus doorloopt. De isobare processen vinden plaats bij een druk  $P_a$  en  $P_b$  met  $P_a > P_b$ .

- Teken de cyclus in het P-V vlak voor beide gevallen dat deze opereert als een motor en als een koelkast. Duid ook aan in welke stappen warmte wordt opgenomen/afgegeven door het gas in beide gevallen.
- Toon aan dat voor de adiabatistische processen geldt:  $PV^{5/3} = Cte$
- Bereken de efficiëntie van de Brayton motor als functie van  $P_a$  en  $P_b$ .

Neem aan dat het volume gedurende de isobare compressie halveert en dat  $P_a/P_b = 32$ . We gebruiken deze motor om een kraan aan te sturen voor het hijsen van een massa  $m$ . De motor doorloopt 5 cycli, gedurende elk van deze cycli neemt deze een warmte op  $Q^*$ .

- Wat is de hoogte van de massa? Verwaarloos de wrijving.

- e) **Bonus vraag [+1pt]:** Wat zou de hoogte zijn indien we de kraan zouden aan sturen met een Carnot motor die gedurende elke cyclus dezelfde warmte opneemt als de Brayton motor en opereert tussen dezelfde warme en koude reservoirs? (Hiermee bedoelen we dat de temperatuur van het warme (koude) reservoir overeenkomt met de maximale (minimale) temperatuur gedurende het doorlopen van Brayton cyclus.) Verwaarloos de wrijving.

## 4 5/20 punten

Beschouw een mengsel van twee ideale gasen met  $N_a$  en  $N_b$  deeltjes met dezelfde massa op een volume  $V$  en temperatuur  $T$ .

- a) Toon aan dat de totale partitiesom van het systeem wordt gegeven door

$$Z_{TOT} = Z_a Z_b \quad (2)$$

waar  $Z_a$  en  $Z_b$  de partitiesommen van het gas 1 en het gas 2 zijn.

- b) Gebruik het bovenstaande resultaat om aan te tonen dat de totale entropie als functie van de variabelen  $N_a$ ,  $N_b$ ,  $E$  en  $V$  (waar  $E = E_a + E_b$  de totale energie van het systeem is) gegeven wordt door

$$S_{TOT}(E, N_a, N_b, V) = \frac{3}{2} N k_B + N k_B \ln \frac{\alpha E^{3/2} V}{N^{5/2}} + \Delta S_{mix}(N_a, N_b) \quad (3)$$

waar  $\Delta S_{mix}$  de mixing entropie is en  $N = N_a + N_b$ . Bepaal tevens de constante  $\alpha$ .  
(Tip - Stirling approximatie:  $N! = N^N e^{-N}$ )

Beschouw een gesloten systeem dat bestaat uit twee subsystemen zoals aangetoond in Fig. 1(a). De twee systemen zijn ideale gasen met twee soorten deeltjes. Het aantal deeltjes, het volume en de temperatuur van het gas 1 zijn respectievelijk gelijk aan  $N_1$ ,  $V_1$  en  $T_1$ . Voor het gas 2 zijn deze  $N_2$ ,  $V_2$  en  $T_2$ . Initieel zijn de twee systemen gescheiden door een adiabatische wand. Op tijdstip  $t = 0$  vervangen wij de adiabatische wand tussen de twee systemen door een diatermische wand die deeltjes van type 1 doorlaat, maar niet deeltjes van type 2 (Fig. 1(b)). Het volledige systeem ondergaat een thermodynamische transformatie naar een nieuwe evenwichtstoestand waarin subsysteem 1 een zuiver ideaal gas bevat, terwijl in deel 2 zich een mengsel van twee gasen bevindt.

- c) Zodra evenwicht bereikt is wat is het aantal deeltjes van type 1 in elk van de twee subsystemen? Wat is de evenwichtstemperatuur?
- d) Is de druk in beide subsystemen dezelfde? Zo niet, bepaal het drukverschil.

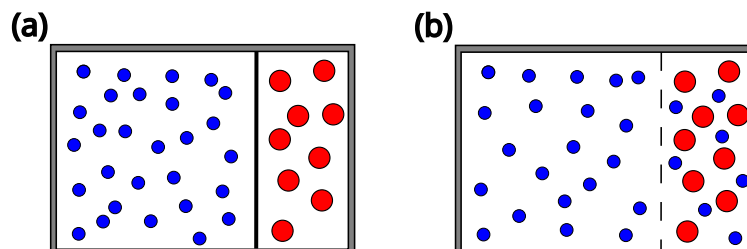


Figure 1

## 5 4/20 punten

Beschouw een mengsel bestaande uit twee vloeistoffen  $a$  en  $b$ . De zuivere  $a$  en  $b$  materialen hebben een gas-vloeistof overgangstemperatuur gelijk aan  $T_1$ , resp.  $T_2 = 4T_1$ . Figuur 2 toont het fasediagram van het mengsel. Hier is  $x \equiv N_a/N$  de fractie aan deeltjes  $a$  ten opzichte van het totaal aantal deeltjes  $N$ . Het fasediagram wordt beschreven door de curves:  $\lambda(x) = T_1(3x^2 - 6x + 4)$  en  $\eta(x) = T_1(-3x^2 + 4)$  met  $x \in [0; 1]$ .

- Bij een temperatuur  $T = 2T_1$  en  $x = 1/2$  ondergaat het systeem een fase scheiding in een gas en een vloeistof fase met fractie van  $a$  deeltjes  $x_g$  en  $x_l$ . Bepaal deze twee waarden. Wat is het aantal deeltjes in de vloeistoffase?
- We verwijderen nu het gas uit het vat en verwarmen de resterende vloeistof tot een temperatuur  $T = 3T_1$  en laten het systeem equilibreren. Wat is de compositie van de twee fasetoestanden in evenwicht? Bepaal ook nu het totale aantal deeltjes in de vloeistoffase.

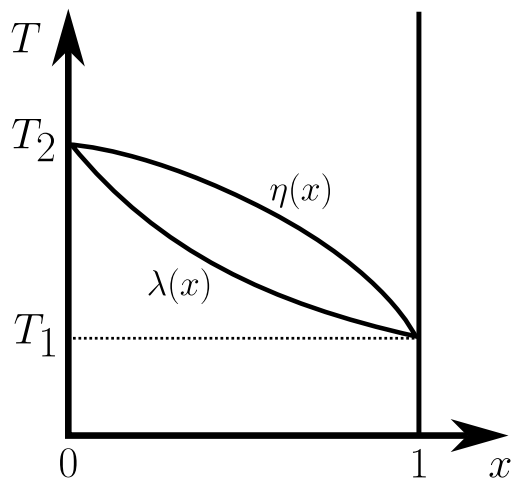


Figure 2