Tussentijdse Toets Bewijzen en Redeneren

een litte eerstejaar

maandag 28 oktober 2019

Vraag 1
Geef de ontkenning van de volgende bewering over een verzameling X

$$\forall x \in X : \exists A \in P(X) : A \neq \emptyset \wedge [\forall B \in P(X) : B \subset A \Longrightarrow \neg(x \in B)$$

zonder gebruik te maken van $\neg$ of $\Longrightarrow$.

Vraag 2
Zij $f : X \to Y$ een functie, $A \in P(X)$ en $B \in P(Y)$.

a) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat de implicatie

$$f^{-1} \subset A \Longrightarrow B \subset f(A)$$

niet altijd hoeft te gelden.

b) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : \forall B \in P(Y) : f^{-1}(B) \subset A \Longrightarrow B \subset f(A)$$

geldt als en slechts als f surjectief is.

Vraag 3
Gegeven zijn twee verzamelingen X en Y.
De verzameling $\mathrm{Fun}(X, Y)$ bevat alle functies van X naar Y.
Op $\mathrm{Fun}(X, Y)$ definiëren we een relatie R door te stellen dat $(f, g) \in R$ als en slechts als er bijectieve functies $\sigma : X \to X$ en $\tau : Y \to Y$ bestaan waarvoor

$$f \circ \sigma = \tau \circ g.$$

a) Bewijs dat R een equivalentierelatie is.
Hierbij mag u algemene eigenschappen van bijecties gebruiken zonder bewijs, maar u moet deze eigenschappen wel vermelden.

b) Neem $X = \{1, 2, 3, 4\}$ en $Y = \{a, b, c\}$.
De functies $f : X \to Y$ wordt gegeven door

$$f(1) = a, f(2) = f(3) = b, f(4) = c$$

Geef een functie $g : X \to Y$, verschillend van f, die behoort tot de equivalentieklasse van f. Licht uw antwoord toe.