Oefening Eindige groepen

$(\mathcal{G}_1 \,,\, \circ_1)$ en $(\mathcal{G}_2 \,,\, \circ_2)$ zijn twee eindige groepen.

1. Toon aan dat $(\mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2 \,,\, \circ_{12})$ ook een groep is waarbij

$$(g_1 \,,\, g_2) \circ_{12} (h_1 \,,\, h_2) := (g_1 \circ_1 h_1 \,,\, g_2 \circ_2 h_2).$$

2. Toon aan dat $\mathsf{U}_1 \otimes \mathsf{U}_2$ een unitaire representatie van $\mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2$ is indien U_1 een unitaire representatie van $\mathcal{G}_1$ en U_2 een unitaire representatie van $\mathcal{G}_2$ is. Hierbij is

$$(\mathsf{U}_1 \otimes \mathsf{U}_2)\big((g_1 \,,\, g_2)\big) := \mathsf{U}_1(g_1) \otimes \mathsf{U}_2(g_2).$$

3. Bereken het karakter van $\mathsf{U}_1 \otimes \mathsf{U}_2$.

4. Gebruik de orthogonaliteitsrelaties voor karakters om aan te tonen dat elke unitaire irrep van $\mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2$ equivalent is met een product van unitaire irreps van $\mathcal{G}_1$ en $\mathcal{G}_2$.