

examen kans&stat door Niels 'gesponsord door Win4Life' Bonneux en Jan 'I kill you hee' Beirlant

Één van de laatste telgen van de MacHerbie Klan

June 19, 2024

1 Deel Kans

Iedereen was aan het freaken op stat maar kans was vele malen moeilijker (Niels Bonneux go brrrrrr).

1.1 Vraag 1

Het examen begon met, jawel, een theorievraag¹ Zij X, Y continue en onafhankelijke sv's.

- Bewijs dat $E[XY] = E[X]E[Y]$
- Bewijs dat $\text{Var}[XY] = \text{Var}[X]\text{Var}[Y] + E[X]^2\text{Var}[Y] + E[Y]^2\text{Var}[X]$
- toon aan dat dat groter of gelijk is dan product van varianties
- geef twee sv's waarbij product van varianties variantie van het product is².

1.2 Vraag 2

Een supermarkt geeft voetbalstickers weg³. Bij elk bezoek aan de supermarkt krijgt een klant één sticker (gierigaards). Er zijn in totaal 3 verschillende stickers⁵. De kans op het krijgen van elk van de stickers is uniform en onafhankelijk van de vorige stickers die reeds gekregen zijn.

1.2.1 2a

Vind de kans dat een klant hoogstens 4 bezoeken moet doen om de 3 stickers te verzamelen. *Hint van de auteur (niet gegeven op het examen): de kans op het krijgen van één specifieke sticker is $\frac{1}{3}$.*

¹Wie had dat zien aankomen

²Ja, mathmode is overrated

³De opmerkzame lezer merkt hier vieze kapitalistische propaganda, foei Niels Bonneux, geen goeie soviet⁴ aan het zijn.

⁵uiteraard kunnen deze stickers niets anders voorstellen dan de 3 grootste ploegen van het land: De Rode Duivels, Beerschot-Wilrijk en Racing Strijpen

1.2.2 2b

Een klant blijft naar de winkel gaan tot hij elke sticker heeft. Toon aan dat de kans dat hij precies n keer moet gaan gelijk is aan $\frac{2^{n-1}-2}{3^{n-1}}$ met $n \geq 3$ en 0 als $n < 2$?

1.2.3 2c

Wat is het gemiddelde aantal keren dat hij moet gaan?

1.2.4 2d

En de mediaan?

1.2.5 oplossingen vraag 2

a) $\frac{4}{9}$ b) Vertel een verhaaltje met k keer dezelfde sticker als de eerste keer krijgen en dan een andere $n - k - 3$ keer één van de vorige 2. Blijkbaar is er een Brit die het met inductie gefixt heeft, voor deze oplossing: bel John Borisson. c) Euhm ergens in het interval $[4.5, 6]$ aan de gemeenschappelijke respons te horen. d) 5 of 4.5, afhankelijk welke definitie je gebruikt.

1.3 Vraag 3

Gegeven is een stochastische vector (X, Y) , met

$$P(X = k, Y = 0) = \frac{k}{45} \binom{45}{k} p^k (1-p)^{45-k}$$

$$P(X = k, Y = 1) = \frac{45-k}{45} \binom{45}{k} p^k (1-p)^{45-k}$$

Met $X \in \{1, \dots, 45\}$ en $Y \in \{0, 1\}$, en $p \in [0, 1]$.

1.3.1 3a

Toon aan: $P(Y = 0) = p$.

1.3.2 3b

Vindt de momentgenererende functie van Y .

1.3.3 3c

Toon aan dat X binomiaal verdeeld is.

2 deel stat

Hier moest je wel oppassen, als je een te grote fout maakte kwam Jan Beirlant u shanken. (Da's pech de helft van de richting weg baaaah.)

2.1 Vraag 1

Zij $X_1, \dots, X_{n_1}$, i.i.d. en $Y_1, \dots, Y_{n_2}$ i.i.d. en ze allemaal onafhankelijk en normaal verdeeld met standaardafwijking σ . Zij:

$$S_1 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} X_i$$

$$S_2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} Y_i$$

Zij $S = aS_1 + (1 - a)S_2$. Vind a zodat $Var(S)$ minimaal is. *Hint (kwam ook op examen): $Var(S_i) = \frac{2\sigma^4}{n_i - 1}$*

2.2 vraag 2

In een bachelor in de humane wetenschappen⁶ wordt de aanwezigheid in de les bijgehouden. Van de 330 studenten zijn er 180 die voldoende aanwezig waren en 150 die onvoldoende aanwezig waren. Van de studenten die voldoende aanwezig waren waren er 75 geslaagd, en van de studenten die onvoldoende aanwezig waren 50.

2.2.1 2a

Bereken een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het verschil in de proporties geslaagde en gebuisde bozo's.

2.2.2 2b

Wat wilt dit betrouwbaarheidsinterval zeggen?

2.2.3 2c

Kunnen we op basis van dit betrouwbaarheidsinterval besluiten dat de kans om te slagen stijgt door naar de les te komen?

2.2.4 2d

Kunnen we besluiten dat door naar de les te komen de slaagkans stijgt met minstens 10 procentpunt? Doe een hypothesetest.

⁶Ha! Humane pseudowetenschappen!

2.2.5 2e

Duid op een schets de gevonden testwaarde en de p-waarde hiervan aan.

2.3 Vraag 3

Je kreeg een tabel met test

2.3.1 3a

ait blijktbaar komt dit op toledo, vul later aan man.