

KWANTUMMECHANICA

(19/01/2012 (8u30u-12u30))

Theorie (mondeling met schriftelijke voorbereiding)

- 1 We bekijken in de vraag de evolutie van een systeem met twee toestanden. De Hamiltoniaan kan geschreven worden als $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$, met $\hat{H}_0$ tijdsafhankelijk en de storing $\hat{H}_1$ tijdsafhankelijk en klein. Werk deze evolutie uit doormiddel van storingsrekenen (gebruik bijvoorbeeld Bornbenadering). Bespreek twee voorbeelden uit de cursus (constant op tijdsinterval tussen $t = 0$ en $t = T$ en een periodische perturbatie).

Bespreek tot slot twee fysische problemen uit de cursus die we volledig analytisch hebben kunnen oplossen, maar waar we ook via perturbatietheorie een oplossing kunnen bekomen. Werk dit uit en leg uit hoe de exacte oplossing verschilt van de eerste orde benadering doormiddel van storingsrekenen.

8 punten

- 2 Wat leren we uit het feit dat een Stern-Gerlachexperiment een even of oneven spots toont?

2 punten

Oefeningen (schriftelijk)

- 3 Beschouw de anisotrope harmonische oscillator in drie dimensies met als Hamiltoniaan

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{m}{2} (\omega_x^2 \hat{x}^2 + \omega_y^2 \hat{y}^2 + \omega_z^2 \hat{z}^2) = \hat{H}_x + \hat{H}_y + \hat{H}_z.$$

1. Beschouw de grondtoestand van $\hat{H}$. Schrijf deze op met behulp van de grondtoestanden van de eendimensionale Hamiltonianen $\hat{H}_x$, $\hat{H}_y$ en $\hat{H}_z$.
2. Zoek een verband tussen de verwachtingswaarde van de kinetische energie en de grondtoestandsenergie. Gebruik hiervoor het viriaaltheoreem, dat je ook even bewijst.
3. Is zulk verband ook geldig tussen de verwachtingswaarde van de kinetische energie per vrijheidsgraad en grondtoestandsenergie per vrijheidsgraad? Argumenteer.

4 punten

- 4 Beschouw een spin-1/2 deeltje met als toestand

$$|\psi\rangle = \psi_+(\mathbf{r})|+\rangle + \psi_-(\mathbf{r})|-\rangle,$$

waarbij de coëfficiënten gegeven zijn door

$$\begin{aligned}\psi_+(\mathbf{r}) &= R(r) \left(Y_{0,0}(\theta, \varphi) + \frac{1}{\sqrt{3}} Y_{1,0}(\theta, \varphi) \right) \\ \psi_-(\mathbf{r}) &= \frac{R(r)}{\sqrt{3}} (Y_{1,1}(\theta, \varphi) + Y_{1,0}(\theta, \varphi)).\end{aligned}$$

1. Wat is de normalisatievoorwaarde voor $R(r)$?
2. Bepaal de verwachtingswaarden in een (afzonderlijke) meting van S_z en S_x . Bepaal de waarschijnlijkheid om in een meting van S_z of S_x een meetwaarde $\pm\hbar/2$ te vinden.
3. Wat zijn de mogelijke meetwaarden bij een meting van L_z ? Geef de overeenkomstige kansen.

3 punten

- 5 Beschouw de superpositie van $1s$ en $2s$ eigentoestanden van het waterstofatoom, alsook de superpositie van $1s$ en $2p$. We beschouwen een maximale waarde voor m . Wat zijn de bewegingsmodes van de beschouwde superposities? Werk deze volledig uit, bespreek de oplossingen en verduidelijk aan de hand van een mooie tekening.

3 punten

◇ ◇ ◇