

Examen Wiskunde I
1ste bachelor Biochemie & Biotechnologie,
Chemie, Geografie en Geologie
maandag 17 augustus 2009, 9:00–12:00

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 4 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Succes!

Naam:

Vraag 1 (a) Bepaal alle $y \in \mathbb{R}$ waarvoor geldt dat de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + y) - \frac{1}{2}}{xy}$$

betaat (en eindig is). Bereken de limiet voor deze waarden van y .

(b) Bereken de Taylorveelterm van graad 2 rond $x = 0$ van de functie $f(x) = \ln(2e^x - 1)$

(c) Zij K de niveaokromme van $f(x, y) = x^2y - 3x$ die door het punt $P : (2, 1)$ gaat. Bereken de raaklijn aan K in het punt P .

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 Beschouw een ijzeren staaf van lengte L met massadichtheid $\rho(x) = \frac{1}{(x+a)(x+1)}$ voor $0 < x < L$, waarin $a > 0$ vast gekozen is.

- (a) Bereken de totale massa M .
- (b) Laat zien dat de limiet van M als $L \rightarrow +\infty$ gelijk is aan $\frac{\ln a}{a-1}$ in het geval dat $a \neq 1$.
Wat is de limiet als $a = 1$?

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Laat zien dat voor elke $a > 0$

$$f(x) = \cos x - ax$$

een dalende functie is op $[0, \frac{\pi}{2}]$ die in dit interval precies één nulpunt heeft

(b) Voer 2 stappen Newton-Raphson uit op f om dit nulpunt te bepalen. Neem de beginwaarde $x_0 = 0$.

(c) Voor welke $a > 0$ geldt dat

$$\int_0^{\pi/2} (\cos x - ax)^2 dx$$

minimaal is (als functie van a)?

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (a) Laat zien dat de oppervlakte omsloten door de ellips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

gelijk is aan πab .

(b) We zoeken de oppervlakte van de kleinste ellips van de vorm (1) die de rechthoek $-1 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 2$ omvat. Formuleer dit probleem als een optimalisatieprobleem met beperking en los het op met de methode van Lagrange.

Antwoord: