

Examen Klassieke Mechanica

Herbert De Gerssem, Eef Temmerman

2de bachelor wiskunde
27 augustus 2008, academiejaar 07-08

NAAM:

RICHTING:

vraag 1 (/2)	vraag 2 (/3)	vraag 3 (/3)	vraag 4 (/5)	vraag 5 (/7)	TOTAAL (/20)

Verloop van het examen

- Het volledige examen duurt 3 uur of eventueel langer tot de laatste kandidaat klaar is met het mondelinge gedeelte. Uiteraard bestaat de mogelijkheid om vroeger in te dienen.
- Vraag 4 (eerste opgave van het deel oefeningen) is schriftelijk. Alle andere vragen zijn mondeling met schriftelijke voorbereiding.
- Het theoretische gedeelte zal eerst ondervraagd worden. Begin dus met de schriftelijke voorbereiding van vraag 1, 2 en 3.

Opmerkingen bij het examen

- Zorg dat alle vragen op afzonderlijke bladen beantwoord worden. Nummer alle bladen en schrijf je naam of initialen op elk blad. Noteer ook je naam en richting bovenaan dit blad in de voorziene ruimte.
- Steek bij het indienen al je nette bladen tussen het dubbel opgaveblad. Kladpapier wordt apart afgegeven.
- Lees alle opgaven aandachtig en zorg dat je alle delen van de vraag beantwoordt.
- Schrijf groot en duidelijk. Maak grote en duidelijke figuren.

Veel succes!

Theorie

Vraag 1 (mondeling met schriftelijke voorbereiding, 2 punten)

Een mechanisch systeem wordt beschreven als functie van een aantal veralgemeende coördinaten.

- (a) Wat is een cyclische coördinaat?
- (b) Wat is een veralgemeende impuls?
- (c) Wanneer is op een veralgemeende impuls een behoudswet van toepassing?

Vraag 2 (mondeling met schriftelijke voorbereiding, 3 punten)

Toon aan dat de som van de virtuele arbeid voor inwendige verbindingskrachten gelijk is aan 0. Toon dit aan voor verbindingskrachten aan een contactoppervlak, in een scharnier en in een staaf.

Vraag 3 (mondeling met schriftelijke voorbereiding, 3 punten)

Beschouw een star lichaam met een vast punt dat ook als oorsprong van een absoluut en een relatief assenstelsel geldt. De resultante van het krachtmoment is gelijk aan $\vec{N} = \frac{d\vec{L}'}{dt}$ waarbij \vec{L}' het impulsmoment ten opzichte van het absolute assenstelsel voorstelt.

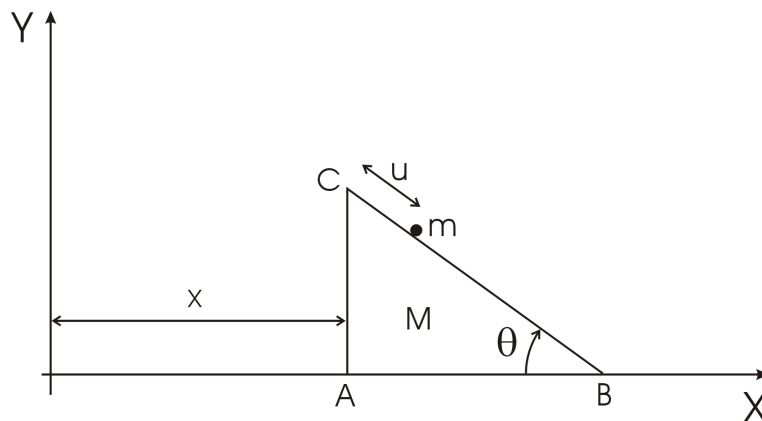
- (a) Wat zijn hoofdtraagheidsassen?
- (b) Druk het impulsmoment uit in functie van de hoeksnelheid gemeten in een relatief assenstelsel dat volgens de hoofdtraagheidsassen gekozen werd.
- (c) Leid de bewegingsvergelijkingen van Euler af.

Oefeningen

Vraag 4 (schriftelijk, 5 punten)

Een deeltje met massa m kan glijden langs de (gladde) schuine zijde van een star lichaam met massa M , dat de vorm heeft van een rechthoekige driehoek ABC (zie Fig. 1). Dit hellend vlak kan zelf glijden over de (gladde) horizontale X-as. Noem θ de hellingshoek (de hoek tussen AB en BC). Het ganse stelsel is onderworpen aan de zwaartekracht.

- Stel de Lagrangevergelijkingen voor dit systeem op met als keuze van veralgemeende coördinaten: de afstand x van A tot O en de afstand u van het deeltje tot de tophoek C van het hellend vlak.
- Geef twee behoudswetten.
- Integreer de bewegingsvergelijkingen indien op $t = 0$:
 $x(0) = a; u(0) = 0; \dot{x}(0) = 0; \dot{u}(0) = 0$.
- Geef de Hamiltoniaan van dit systeem.

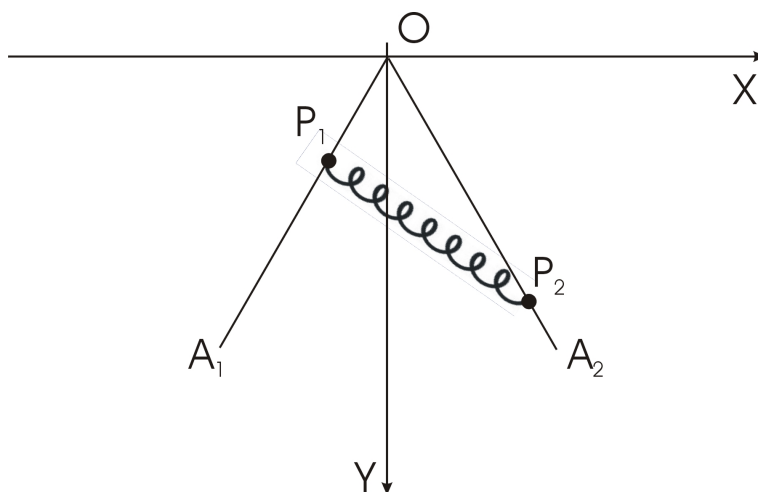


Figuur 1: Bewegend systeem van een puntmassa en een star lichaam.

Vraag 5 (mondeling met schriftelijke voorbereiding, 7 punten)

Twee deeltjes P_1 en P_2 , met gelijke massa m , glijden elk over een vaste gladde rechte, respectievelijk OA_1 en OA_2 , gelegen in een verticaal vlak (Fig. 2). Deze vaste rechten snijden elkaar in O onder een hoek van 60° en sluiten elk een hoek van 60° in met de horizontale door O . De deeltjes zijn onderworpen aan de zwaartekracht en zijn onderling verbonden door een massaloze veer met natuurlijke lengte l en krachtconstante $k = mg\sqrt{3}/l$.

- (a) Toon aan dat de evenwichtspositie van dit systeem gegeven wordt door $|OP_1| = |OP_2| = 2l$.
(opmerking: de limietstand waarbij P_1 en P_2 samenvallen in O wordt uitgesloten)
- (b) Ga na dat dit evenwicht stabiel is en toon vervolgens aan dat de eigenfrequenties, behorende bij kleine trillingen om deze evenwichtstoestand, gegeven worden door:
 $\omega_- = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ en $\omega_+ = \sqrt{\frac{3k}{4m}}$.



Figuur 2: Twee deeltjes verbonden met een veer glijden langs twee vaste rechten.