

**Naam:**

## Toets 3d

### Instructies

**Draai dit blad pas om wanneer daartoe het sein gegeven wordt.**

Schrijf bij elke vraag het cijfer dat bij het juiste antwoord hoort in het hokje rechts. Als er meerdere antwoorden juist zijn, schrijf dan alle cijfers op die bij een juist antwoord horen. Voorbeelden van correcte antwoorden:

**Vraag 1.** Hoeveel is  $2+2$ ?

1. 7   2. 4   3. 22   4. 0

2

**Vraag 2.** Welke van de volgende uitdrukkingen heeft als resultaat 5?

1.  $2+3$    2.  $7-3$    3.  $9-4$    4.  $20-3$

1,3

Een score op deze toets van **5/7** of meer levert een punt op voor het eindexamen.

*Vergeet niet je naam in te vullen bovenaan deze pagina!*

**Vraag 1.** Als we uitgaand van  $\neg P$  een bewering  $Q$  kunnen afleiden waarvan we weten dat die onwaar is, dan hebben we  $P$  bewezen. Welke bewijstechniek maakt hier gebruik van?

1. constructie   2. gevalsonderscheid   3. inductie   4. uit het ongerijmde

4

**Vraag 2.** Welke van de volgende uitdrukkingen drukt de modus tollens-regel uit?

1.  $P \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$    2.  $\neg P \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow \neg Q$   
3.  $Q \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow P$    4.  $\neg Q \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow \neg P$

4

**Vraag 3.** Vul in elk hokje het getal in dat hoort bij de term die daar thuishoort. Kies uit:

- 1: door constructie   2: via wederzijdse inclusie   3: via wederzijdse implicatie  
4: door vaststelling   5: per inductie   6: via gevalsonderscheid  
7: uit het ongerijmde   8: door tekening   9: per definitie  
10: via substitutie

**Stelling.** Voor alle verzamelingen  $A$  en  $B$  geldt:  $A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow B^c \setminus A^c = \emptyset$ .

*Bewijs.* Enerzijds geldt dat  $A \setminus B = \emptyset$  als en slechts als  $\{x|x \in A \wedge x \notin B\} = \emptyset$  (9).

Anderzijds geldt:  $B^c \setminus A^c = \emptyset$  als en slechts als  $\{x|x \in B^c \wedge x \notin A^c\} = \emptyset$  (9). Aangezien  $x \in B^c \Leftrightarrow x \notin B$  en  $x \notin A^c \Leftrightarrow x \in (A^c)^c$ , bekomen we uit de bovenstaande formule (10) de equivalente bewering  $\{x|x \notin B \wedge x \in (A^c)^c\} = \emptyset$ . Rekening houdend met  $(A^c)^c = A$  (bekende eigenschap) bekomen we hieruit (10)  $\{x|x \notin B \wedge x \in A\} = \emptyset$ .

We zien dat, enerzijds,  $A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow \{x|x \in A \wedge x \notin B\} = \emptyset$ , en anderzijds,  $B^c \setminus A^c = \emptyset \Leftrightarrow \{x|x \in A \wedge x \notin B\} = \emptyset$ . Daaruit volgt (10) dat  $A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow B^c \setminus A^c = \emptyset$ .

□