

# Calculus II

## Opwarmertjes

Beschouw een oppervlak  $S : z = x^1 - 1$  en een vlak dat de  $y$ -as bevat. Hoe ziet de intersectie van het vlak met  $S$  eruit?

- a) Ellips (of cirkel)
- b) Parabool
- c) Rechte(n)
- d) Hyperbool

Hoeveel niet-geconnecteerde deeloppervlakken worden beschreven door de vorm

$$z = \frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2}$$

met  $a, b > 0$ ? Anders gezegd, uit hoeveel bladen bestaat dit oppervlak?

- a) 2
- b) 1
- c) 8
- d) 4

Beschouw de coördinatentransformatie

$$\begin{cases} u = xe^{yz} \\ v = x(y+z) \\ w = x(y-z) \end{cases} \quad \text{Bepaal de functie } f(x, y, z) \text{ in de transformatie van het volume-element,}$$

$$dx dy dz = f(x, y, z) du dv dw$$

in het gebied  $x < 0 < y < z$ . a)  $f(x, y, z) = 2x^2 z(y-z)e^{yz}$

b)  $f(x, y, z) = \frac{e^{-yz}}{2x^2 z(z-y)}$

c)  $f(x, y, z) = ex^2 z(z-y)e^{yz}$

d)  $f(x, y, z) = \frac{e^{-yz}}{ex^2 z(y-z)}$

Bij deze vraag kreeg iedereen alle punten, geen idee waarom.

## Veldlijnen en Flux

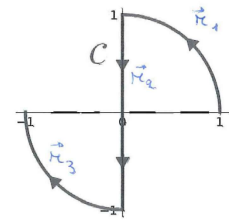
Beschouw het vectorveld  $\mathbf{F} = (x, -\frac{x^2+y^2}{y}, z)$ .

Beargumenteer dat de veldlijnen van  $\mathbf{F}$  cirkels zijn. Geef je berekening weer.

Bepaal de inwaardse flux van  $\mathbf{F}$  door het oppervlak  $x^2 - y^2 + z^2 = 0$  met  $0 \leq y \leq 2$ . Geef je berekeningen weer.

## Lijnintegraal

Bereken  $\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$  voor het vectorveld  $\mathbf{G}(x, y) = x^2 \sin y \mathbf{i} + xe^{y^2} \mathbf{j}$  en het pad  $C$  in de afbeelding. Geef je berekening weer.



Integratiepad  $C$ .

## Rotor

Noteer met  $S$  het deel van de bol  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  boven het vlak  $z = 2$ . Evalueer  $\iint_S \mathbf{curl} \mathbf{F} \cdot \hat{N} dS$

voor het vectorveld  $\mathbf{F}(x, y, z) = -yz \mathbf{i} + xz \mathbf{j} + ze^{\sin^2 z} \mathbf{k}$  en  $\hat{N}$  de uitwaartsgerichte eenheidsnormaal op de bol. Geef je berekeningen weer.