

# Calculus II

## Opgaven deexamen I

April 2020

### 1. Meerkeuzevragen

- (a) zij  $\vec{r}$  een curve met constante kromming en constante torsie, beide groter dan nul. Welke uitspraak over de beschrijving van de curve is juist?
- De curve stelt een cirkelvormige helix voor.
  - De curve stelt een elliptische paraboloid voor.
  - De curve stelt een rechte voor.
  - De curve stelt een cirkel voor.
- (b) Welk van de volgende 3 oppervlakken, in de gegeven coördinatenstelsels, stelt een kegel voor?
- Cartesische coördinaten  $[x, y, z] : x^2 + z^2 = 9$
  - Cilindercoördinaten  $[r, \theta, z] : \theta = \frac{\pi}{2}$
  - Bolcoördinaten  $[R, \phi, \theta] : \phi = \frac{\pi}{3}$
- (c) Welke uitspraak omtrent volgende twee integralen is juist?

$$I_1 = \iint_{|x|+|y|\leq 1} (\sin(x)y + (x+y)^3) dA \quad I_2 = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (\sin(x)y + (x+y)^3) dx dy$$

- $I_1 \neq 0$  en  $I_2 \neq 0$
  - $I_1 = 0$  en  $I_2 = 0$
  - $I_1 \neq 0$  en  $I_2 = 0$
  - $I_1 = 0$  en  $I_2 \neq 0$
- (d) Het vlak  $2x + 3y = 0$  snijdt de bol  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  in 2 delen. Wat is het volume van beide delen?  
(Het volume van een bol met straal 1 is  $\frac{4}{3}\pi$ )
- $\frac{4}{3}$  en  $\pi$
  - $\frac{4}{9}\pi$  en  $\frac{8}{9}\pi$
  - Beide delen zijn even groot, namelijk elk  $\frac{2}{3}\pi$
  - $\frac{1}{3}\pi$  en  $\pi$

### 2. Beschouw de volgende drie parametrisaties.

$$\begin{aligned} \vec{r}_1(t) &= (\cos(t), \sin(t)) & 0 \leq t \leq \pi \\ \vec{r}_2(t) &= (-\sqrt{2t-t^2}, t-1) & 0 \leq t \leq 1 \\ \vec{r}_3(t) &= \left( \frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right) & -1 \leq t \leq 0 \end{aligned}$$

- (a) Beschrijf de 3 curves en maak een schets. Geef duidelijk aan waarin de parametrisaties verschillen van elkaar.
- (b) Welke parametrisaties zijn booglengtegeparametriseerd? Geef je berekeningen weer.

- (c) Voor welke parametrisatie(s) geldt dat de kromming constant is? Beargumenteer je antwoord en bepaal de kromming voor deze parametrisatie(s).

3. Meervoudige integralen

- (a) Bereken de integraal

$$I = \iint_R (x^2 - y^2) (x - y) dA$$

waarbij  $R$  de oppervlakte is in het eerste kwadrant ingesloten tussen  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{6}{x}$ ,  $y = x - 1$  en  $y = x + 1$ . Vereenvoudig je antwoord.

- (b) Zij  $T$  het volume in het eerste octant dat binnen de bol  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  en buiten de kubus  $0 \leq x, y, z \leq 1$  ligt. Reken de volgende integraal uit en vereenvoudig je antwoord.

$$I = \iiint_T x dV$$