

# Examen Klassieke Mechanica

Herbert De Gerssem, Eef Temmerman

25 januari 2012, 8u30, academiejaar 11-12  
IW2

NAAM:

RICHTING:

vraag 1 (/4)	vraag 2 (/4)	vraag 3 (/5)	vraag 4 (/4)	vraag 5 (/3)	TOTAAL (/20)

## Verloop van het examen

- Het volledige examen duurt 3,5 uur of eventueel langer tot de laatste kandidaat klaar is met het mondelinge gedeelte. Uiteraard bestaat de mogelijkheid om vroeger in te dienen.
- Vraag 3 (eerste opgave van het deel oefeningen) is schriftelijk. Alle andere vragen zijn schriftelijk met mondelinge toelichting. Voor deze vragen wordt ook een volledige schriftelijke uitwerking gevraagd.

## Opmerkingen bij het examen

- Zorg dat alle vragen op afzonderlijke bladen beantwoord worden. Nummer alle bladen en schrijf je naam of initialen op elk blad. Noteer ook je naam en richting bovenaan dit blad in de voorziene ruimte.
- Lees alle opgaven aandachtig en zorg dat je alle delen van de vraag beantwoordt.
- Schrijf groot en duidelijk. Maak grote en duidelijke figuren.

**Veel succes!**

## Theorie

### Vraag 1 (schriftelijk met mondelinge toelichting, 4 punten)

- (a) Leid de vergelijkingen van Hamilton af uit de vergelijkingen van Lagrange.
- (b) Onder welke voorwaarde(n) is de Hamiltoniaan een constante van de beweging?

### Vraag 2 (schriftelijk met mondelinge toelichting, 4 punten)

Beschouw een bewegend cilindersymmetrisch lichaam met een vast punt  $O$ , onderhevig aan de zwaartekracht waarop verder geen uitwendige krachten inwerken. Het vaste punt  $O$  valt samen met zijn massacentrum.

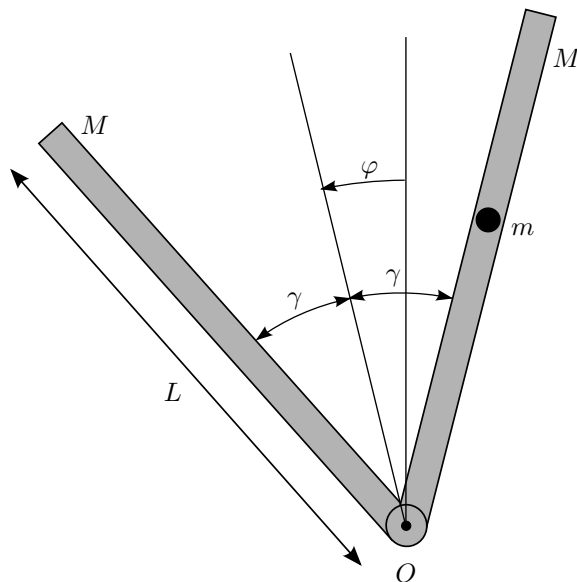
- (a) Beschrijf kort de beweging die het lichaam zal ondergaan.
- (b) Stel voor deze beweging de Lagrangiaan op als functie van de Eulerhoeken.
- (c) Welke grootheden worden behouden? Toon dit aan.
- (d) Bepaal de variatie in de tijd van elk van de Eulerhoeken.

## Oefeningen

### Vraag 3 (schriftelijk, 5 punten)

Twee holle, homogene buizen, elk met massa  $M$  en lengte  $L$  zijn star met elkaar verbonden ( $\gamma = \text{constante}$ ) en roterend in het punt  $O$  ( $\varphi$  vrij) in een verticaal vlak opgesteld (Fig. 1). In één van de buizen glijdt een bolletje met massa  $m$  wrijvingsloos.

- Stel de vergelijkingen van Lagrange op voor dit systeem. Geef fysische interpretaties aan de termen in die vergelijkingen.
- Welke grootheden worden behouden en waarom?
- Stel de vergelijkingen van Hamilton op voor dit systeem.

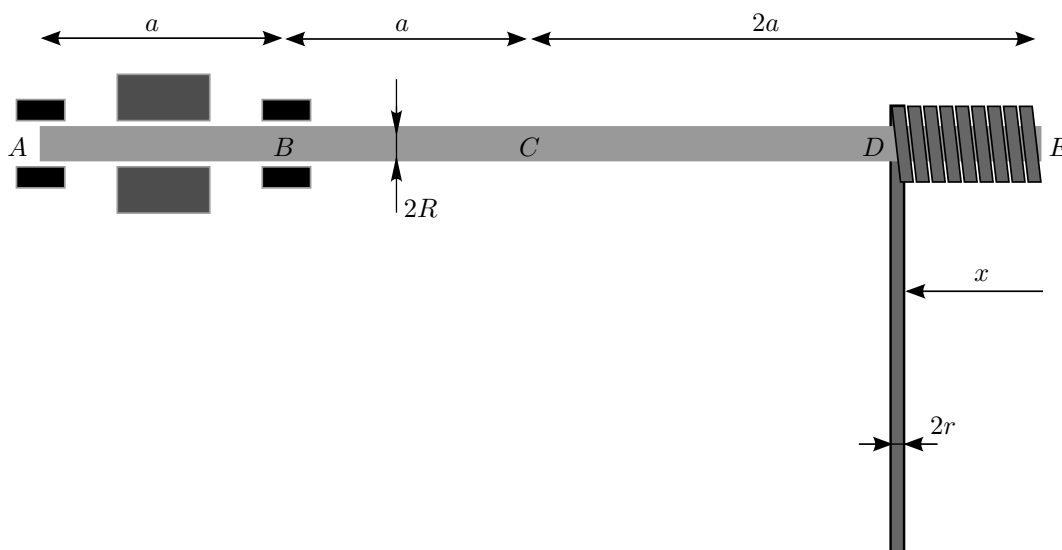


Figuur 1: Twee holle buizen, vast met elkaar verbonden, roterend opgesteld en met een wrijvingsloos glijdend bolletje.

**Vraag 4 (schriftelijk met mondelinge toelichting, 4 punten)**

Een haspel bestaat uit een volle, cilindervormige stalen as met lengte  $4a = 4$  m en diameter  $2R = 8$  mm die in punten  $A$  en  $B$  gelagerd is en door een motor tussen  $A$  en  $B$  aangedreven wordt (Fig. 2). De haspel wikkelt een koperdraad met lengte  $L = 24$  m en diameter  $2r = 2$  mm op. Op een bepaald ogenblik is de koperdraad over een afstand  $x = 0.5$  m langs de as opgewikkeld. Het resterende gedeelte hangt verticaal naar beneden. Men mag ervan uitgaan dat de opeenvolgende wikkelingen strak naast elkaar zijn komen te liggen. Het eigengewicht van de stalen as is niet verwaarloosbaar.

- (a) Bepaal welke belastingen inwerken op de stalen as. Maak een nieuwe figuur waarbij alle belastingen expliciet getekend zijn. Duid de groottes van alle belastingen aan op de figuur.
- (b) Bereken de snedekrachten in punt  $C$ .
- (c) Bereken de spanningstoestand in punt  $C$ . Maak tekeningen van de spanningen in de doorsnede bij  $C$ . Duid numerieke waarden aan op de figuren. Gebruik de nauwkeurige formule voor afschuiving.
- (d) Wat is de hoekverdraaiing van de as tussen het lager in  $B$  en het punt  $D$ ?

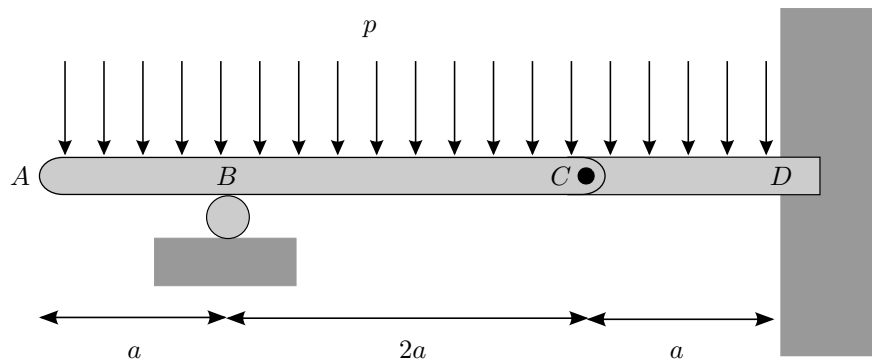


Figuur 2: Yzeren haspel waarop koperdraad gewikkeld wordt.

**Vraag 5 (schriftelijk met mondelinge toelichting, 3 punten)**

Twee balken zijn met elkaar verbonden in het scharnierpunt  $C$  (Fig. 3). De ene balk rust op een rolverbinding in punt  $B$ . Er is een zelfde verdeelde belasting  $p = 200 \text{ kN/m}$  op beide balken. De ene balk is  $3a = 6 \text{ m}$  lang terwijl de andere balk  $a = 2 \text{ m}$  lang is. De eigen massa's van beide balken zijn verwaarloosbaar.

- (a) Bereken de verbindingskracht in punt  $C$ .
- (b) Teken de belastingsdiagramma's voor beide balken. Geef numerieke waarden voor alle maxima en minima in die diagramma's.



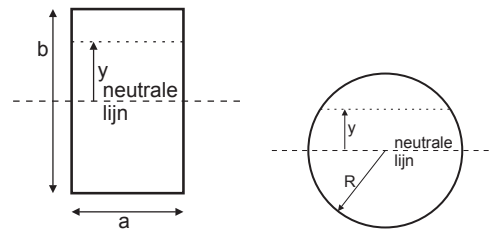
Figuur 3: Twee balken, verbonden met een scharnier.

## Bijkomende informatie

Tabel 1: Materiaaleigenschappen.

	soortelijk gewicht	elasticiteitsmodulus	glijdingsmodulus	Poisson ratio	maximale spanning	maximale schuifspanning
	$\rho$ (ton/m <sup>3</sup> )	$E$ (GPa)	$G$ (GPa)	$\nu$ ( )	$\sigma_{\max}$ (MPa)	$\tau_{\max}$ (MPa)
koper	8.9	120	48	0.34	-	-
staal	7.5	200	70	0.32	240	240
constructie- staal A-36	7.85	200	75	0.32	250	250
beton	2.4	30	2.2	0.20	40	

Tabel 2: Traagheidsmomenten van veelgebruikte doorsnedes.



oppervlakte	$A$	$ab$	$\pi R^2$
polair traagheidsmoment	$I_p = \int_A r^2 dA$	$\frac{1}{6} ab (a^2 + b^2)$	$\frac{1}{2} \pi R^4$
linear traagheidsmoment	$I = \int_A y^2 dA$	$\frac{1}{12} ab^3$	$\frac{1}{4} R^4$
statisch moment	$Q(y) = \int_A y' dA$	$\frac{a}{2} \left( \frac{b^2}{4} - y^2 \right)$	$\frac{2}{3} (R^2 - y^2)^{3/2}$