

Examen Wiskundige Logica 1Ma, juni 2010

Vraag 1. Bewijs in detail de stelling van Tarski aangaande de niet-definieerbaarheid van het waarheidsbegrip.

Vraag 2. (Oefl. 926) Beschouw de volgende zinnen:

(1) $(\exists x)(\forall z)\{ \text{Pentagon}(z) \rightarrow (\forall y)[\text{BackOf}(y,z) \rightarrow \text{LeftOf}(x,y)] \}$

(2) $(\exists z)\text{Pentagon}(z)$

(3) $(\exists x)(\forall y)\{ (\forall z)[\text{Pentagon}(z) \rightarrow \text{BackOf}(y,z)] \rightarrow \text{LeftOf}(x,y) \}$

Toon aan dat zin (3) een *logisch gevolg* is van de zinnen (1) en (2), door middel van een KEbewijs.

Elke regel in jouw KE- bewijs moet verantwoord worden en je mag geen regels combineren.

Je mag alleen maar afleidingen maken die toegelaten zijn in een KE-bewijs.

Vraag 3. Aangaande §15 over algoritmisch opsombare relaties (deel III over onvolledigheid en onbeslisbaarheid), geef een gedetailleerd bewijs van Gevolg 2: *een relatie op \mathbf{N} is algoritmisch opsombaar als en slechts als ze definieerbaar is door middel van een Σ_1 formule.*

Vraag 4. Aangaande §9 over het bewijs van de volledigheidstelling voor KE-bewijzen (deel II over volledigheid en modellen): in verband met de daar gebruikte KE-strategie wordt daar het volgende beweerd: *“door deze beperkingen is het aantal toe te voegen zinnen en takken, tijdens fase n , eindig”*. Leg uit waarom dit waar is.

Vraag 5. Bepaal het kardinaalgetal van de verzameling van alle aftelbare partities van \mathbf{R} .

Een aftelbare partitie van \mathbf{R} is een aftelbare verzameling van disjuncte niet-lege deelverzamelingen van \mathbf{R} wiens unie gelijk is aan \mathbf{R} .