

Examen Wiskunde II
Bachelor Geologie
vrijdag 26 augustus 2011, 8:30–13:00

Naam:

Studierichting:

Naam assistent(en):

- Het examen bestaat uit 6 vragen. Elke vraag telt even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- U mag gebruik maken van de cursus (Wiskunde I én Wiskunde II; géén extra toegevoegde bladen) en van een rekenmachine (grafisch is toegestaan, een symbolisch niet).
- Schrijf de antwoorden duidelijk leesbaar op in goede Nederlandse zinnen. Begin het antwoord op elke vraag op een nieuw blad. Vermeld uw naam op elk blad.
- Vermeld op dit blad ook de naam van uw assistent(en) (Eva Leenknecht, Berdien Peeters).
- Succes!

Naam:

Vraag 1 Gegeven zijn de volgende vectoren met componenten

$$\vec{a} = (1, 1, -2)^T, \quad \vec{b} = (2, -1, 0)^T, \quad \vec{c} = (3, -1, 1)^T$$

- (a) Geef een Cartesische vergelijking van het vlak V door de oorsprong, \vec{a} en \vec{b} .
- (b) Geef een parametervergelijking van de rechte door \vec{c} die loodrecht staat op het vlak V en bepaal het snijpunt van deze rechte met V .
- (c) Bereken de oppervlakte van het parallellogram dat opgespannen wordt door de oorsprong, \vec{a} en \vec{b} .

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 Een stedelijk gebied wordt bevolkt door een constante populatie van 1 miljoen personen. Het gebied bestaat uit het centrum en de voorsteden. We geven met x_n het aantal bewoners in het centrum na n jaar aan en met y_n het aantal bewoners in de voorsteden na n jaar. Neem aan dat elk jaar 15% van de mensen in het centrum naar de voorsteden verhuist, terwijl 10% van de mensen in de voorsteden naar het centrum verhuist.

- (a) Geef een vergelijking in matrixvorm die de waarden voor x_{n+1} en y_{n+1} uitdrukt in x_n en y_n .
- (b) Laat zien dat er een evenwichtspopulatie bestaat voor dit model en bereken deze evenwichtspopulatie als $x_0 = 500.000$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Bepaal de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'(x) = \frac{x}{1 + y(x)}, \quad y(0) = 0.$$

(a) Bereken de algemene oplossing $x = x(t)$ van de differentiaalvergelijking

$$x'' - 5x' + 6x = 6t - 2 \tag{1}$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Beschouw het populatiemodel

$$\begin{aligned}x' &= 5x - x^2 - xy \\y' &= -2y + xy\end{aligned}$$

- (a) Laat zien dat er drie evenwichtspunten zijn, namelijk $(0, 0)^T$, $(5, 0)^T$ en $(2, 3)^T$.
- (b) Lineariseer rond het evenwichtspunt $(2, 3)^T$.
- (c) Onderzoek de stabiliteit van het evenwichtspunt $(2, 3)^T$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (a) Schets de grafiek van de 2π periodieke functie f die op $[-\pi, \pi]$ gegeven wordt door

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{voor } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{voor } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{voor } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

(b) Bereken de Fourierreeks van f .

(c) Wat is de waarde van de Fourierreeks van f voor $x = \frac{\pi}{2}$?

Antwoord:

Naam:

Vraag 6 Zij C de rand van het gebied

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0, a^2 < x^2 + y^2 < b^2\}.$$

Hierin zijn a en b twee vaste getallen met $b > a > 0$.

- (a) Teken D en C .
- (b) Bereken de lijnintegraal

$$\oint_C (4 + e^{\sqrt{x}}) dx + (\cos y + 3x^2) dy$$

waarbij C in tegenwijzerzin doorlopen wordt.

Antwoord: