

# Examen Meetkunde I - Prof. Wendy Goemans

Alexander Geldhof

28 augustus 2017

## 1 Theorie - mondeling

### 1.1 Affiene meetkunde

#### 1.1.1 Hoofdvragen

- Geef de definitie van een affiene transformatie.
- Bewijs dat  $k+1$  punten affien onafhankelijk zijn als en slechts als de vectoren tussen  $p_0$  en elk van de andere punten lineair onafhankelijk zijn.
- Leg uit waarom in affiene ruimtes alle driehoeken 'identiek' zijn.
- Definieer affiene meetkunde naar een idee van Felix Klein.

#### 1.1.2 Bijvragen

- Geef een voorbeeld van een affiene transformatie
- Geef een voorbeeld van een aantal affien onafhankelijke punten

### 1.2 Krommen

#### 1.2.1 Hoofdvragen

- Geef de intrinsieke vergelijking van een kromme.
- Leg concreet uit hoe je aan de hand van de intrinsieke vergelijking de kromme kan bepalen.
- Gegeven zijn twee congruente krommen. Toon aan dat hun rotatie-index op het teken na identiek is. (Hint: wat weet je over de kromming van twee congruente krommen?)

#### 1.2.2 Bijvragen

- Wat is de meetkundige betekenis van de  $\theta(s)$  die je normaal gezien in vraag 2 gedefinieerd hebt (hoek van  $T(s)$  tegenover  $T(s_0)$ )
- Wat is er opmerkelijk aan het feit dat je uit de kromming de rotatie-index kan bepalen (lokale naar globale grootte)
- Teken een kromme met rotatie-index nul.
- Wat is de meetkundige betekenis van de rotatie-index?

## 2 Oefeningen - schriftelijk

### 2.1 Stelling van Pappus

Bewijs de stelling van Pappus analytisch voor parallelle rechten (deze was gegeven).

### 2.2 Euclidische transformatie

Classificeer en bespreek de volgende transformatie volledig.

$$F((p_1, p_2, p_3)) = (-p_1 - 1, p_3 + 1, p_2 + 1) \quad (1)$$

### 2.3 Krommen

Gegeven is een kromme  $\beta(s)$  met  $\beta$  booglengtegeparametriseerd. Definieer

$$\alpha(s) = \beta(s) - s\beta'(s) \quad (2)$$

- Bewijs dat  $\alpha$  regulier is.
- Bewijs dat  $\beta$  een cilinderschroeflijn is als  $\alpha$  in een vlak ligt.

### 2.4 Oppervlakken

Ik herinner me de oefening niet voldoende om deze neer te schrijven, maar deze ging over de Shape-operator en was redelijk makkelijk op te lossen mits wat kennis over orthonormale basissen.