

**Examen G0U13C Bewijzen en Redeneren (3 sp.)
Bachelor of Science Fysica**

maandag 19 augustus 2013, 14:00–17:00

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:
Vraag 1: (a) 5 pt (b) 5 pt
Vraag 2: (a) 2 pt (b) 4 pt (c) 4 pt
Vraag 3: (a) 3 pt (b) 4 pt (c) 4 pt
- Succes!

Naam:

- Vraag 1** (a) Zij $f : X \rightarrow Y$ een functie. Schrijf de bewering dat f niet injectief is met behulp van kwantoren zonder de negatie \neg te gebruiken.
- (b) Gebruik volledige inductie om te bewijzen dat $1 + 4^n + 7^n$ een veelvoud is van 3 voor elke $n \in \mathbb{N}$.

Naam:

Vraag 2 Zij $f : X \rightarrow Y$ een functie.

(a) Geef de definitie van $f^{-1}(B)$ als $B \in P(Y)$.

(b) Bewijs dat

$$f(f^{-1}(B)) \subset B$$

geldt voor alle $B \in P(Y)$.

(c) Bewijs dat

$$\forall B \in P(Y) : B = f(f^{-1}(B))$$

geldt als en slechts als f surjectief is.

Naam:

Vraag 3 Beschouw de relatie R op de verzameling $\mathbb{N}_0 = \{1, 2, \dots\}$ die gegeven wordt door $(x, y) \in R$ als en slechts als $xy = m^2$ voor een zekere $m \in \mathbb{N}$.

- (a) Toon aan dat R een equivalentierelatie is.
- (b) Geef 3 elementen uit de equivalentieklasse van $x = 12$. Is het aantal elementen in deze equivalentieklasse eindig, aftelbaar oneindig of overaftelbaar?
- (c) Is het aantal equivalentieklassen eindig, aftelbaar oneindig of overaftelbaar?