

Examen Meetkunde I (16.06.2020)

Anoniempje

juni 2020

Dit examen was speciaal omdat het in COVID19-tijden doorging. We kregen slechts 3 uur om het examen te maken.

Deel 1: Gesloten boek

Oefening 1

a) Geef de definitie van

- i) een lineair systeem.
- ii) een lineair systeem hypervlakken.
- iii) de as van een lineair systeem.

b) Zij $\Sigma^k, \Sigma^l \subseteq (\mathbb{R}P^n)^*$ lineaire systemen met respectievelijk assen P^{n-k-1} en P^{n-l-1} . Wat is de duale wederkerigheid in zijn algemene vorm? Geef een bewijs.

Oefening 2

a) Geef de definitie van een cilinderschroeflijn in \mathbb{E}^3 .

b) Karakteriseer de cilinderschroeflijn in termen van zijn kromming en torsie en bewijs deze karakterisatie.

Deel 2: Open boek

Oefening 1

Gegeven een driehoek ΔABC in \mathbb{A}^2 en punten $A' \in BC$, $B' \in AC$ en $C' \in AB$ zodat A', B' en C' collineair zijn. Construeer het punt $A'' \in BC$ zodat A'' symmetrisch is met A' ten opzichte van het barycentrum Q van BC . Construeer $B'' \in AC$ en $C'' \in AB$ op een analoge manier. Toon aan dat A'', B'' en C'' collineair zijn (er werd niet gespecificeerd of dit bewijs synthetisch/analytisch moest zijn, nvdr).

Oefening 2

Zij $F : \mathbb{E}^3 \rightarrow \mathbb{E}^3 : (x, y, z) \mapsto (-y, x, z + 1)$ een isometrie. Dan kunnen we F beschouwen als een samenstelling van n spiegelingen. Wat is de minimale waarde van n ? Bepaal deze spiegelingen ook expliciet.

Oefening 3

Zij $P_1, P_2 \subseteq \mathbb{R}P^n$ zodat geldt dat $\dim(P_1 + P_2) \geq 1$. Bewijs dat $P_1 + P_2$ gelijk is aan de unie van al de rechten in $\mathbb{R}P^n$ die P_1 en P_2 snijden in verschillende punten.