

Examen Numerieke Wiskunde (Wiskunde & Informatica)

Lief wineesje

June 17, 2021

Vraag 1: Foutenanalyse

Gegeven is de functie $f(x)$ die we gaan evalueren in matlab.

$$f(x) = (x^2 - 1) - (x + 1)$$

- Bespreek de conditie ten opzichte van de relatieve fout voor alle waarden van x , ook voor $|x| \rightarrow \infty$.
- Bereken de numerieke stabiliteit voor elke mogelijke waarde x , ook voor $|x| \rightarrow \infty$.

Vraag 2: Numerieke Integratie

Gegeven is de volgende kwadratuurformule

$$\int_{a-h}^{a+h} f(x) dx \approx H_{-\frac{1}{2}} f\left(a + \frac{h}{4}\right) + H_0 f(a) + H_{\frac{1}{2}} f\left(a - \frac{h}{4}\right)$$

Bereken de gewichten van H zodanig dat de nauwkeurigheidsgraad zo groot mogelijk is en bepaal deze nauwkeurigheidsgraad.

Opmerking

Ik weet niet meer goed wat de subscripten waren bij de eerste en de laatste H 's, maar dat is niet belangrijk.

Vraag 3: De methode der inverse machten

Gegeven een bepaalde 2-bij-2-matrix A (niet zeker welke waarden deze juist bevatte, maar als je de eigenwaarden ervan berekende waren deze gelijk aan

$\lambda_1 = 3$ en $\lambda_2 = 2$. Hierop passen we de methode van de inverse machten toe met beginvector

$$Y_0 = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix}$$

Hierna volgde nog wat uitleg hoe de methode van de inverse machten uitgevoerd werd. Verder zijn twee grafieken gegeven:

1. Een grafiek die de waarde $1/\mu$ uitdrukt i.f.v. het aantal iteratiestappen k (Dit was een grafiek die zeer snel steeg zoals een parabool in de eerste 10 iteraties, en vervolgens afvlakte zodat je kon zien dat de methode convergeerde naar $1/\mu = 2$).
2. Een grafiek die de relatieve fout uitdrukt i.f.v. het aantal iteratiestappen k . (Dit was een rechte met negatieve richtingscoëfficiënt)

Vraag a

Waarom is theoretisch de convergentiesnelheid van deze methode gelijk? (lineair, kwadratisch, superlineair, ...). Hoe kan je theoretisch convergentiefactor bekomen?

Vraag b

Hoe kan je de convergentiefactor bepalen adhv de tweede grafiek? Geef een schatting voor de convergentiefactor enkel gebruik makende van de tweede grafiek.

Opmerkingen

Ik herinner mij niet goed in welke vraag (a of b) sommige deelvragen zaten, maar de essentie staat er.