

Examen Algebraïsche structuren

25 juni, namiddag

1 Theorievragen (mondeling)

1. Bewijs dat een deelgroep van een cyclische groep ook cyclisch is. Bijvraag: Bestaan er niet-cyclische groepen met (alleen maar) cyclische deelgroepen?
2. Geef en bewijs de structuurstelling voor symmetrische bilineaire vormen. Bijvraag: geldt deze ook voor velden met karakteristiek 2?

2 Oefeningen (Schriftelijk)

1. Zij $G, *$ een groep van orde pq , met p en q priemgetallen. Zij H_1 en H_2 niet-triviale deelgroepen van G . Toon aan dat $H_1 = H_2$ of $H_1 \cap H_2 = \{e\}$.
2. Er werd een basis van \mathbb{R}^3 gegeven, iets in de aard van $V = \{(1, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 3, 4)\}$.
 - (a) Bereken de duale basis van V .
 - (b) Zij $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \mapsto (2x - y, 3y - z)$ een lineaire afbeelding (het kunnen andere getallen/combinaties geweest zijn). Zij $W = (1, 2), (1, 3)$ een basis van \mathbb{R}^2 . Bepaal de matrix van f tov V en W .
 - (c) Bepaal de matrix van de duale afbeelding van f tov de duale van W en de duale van V .
 - (d) Zij $l \in (\mathbb{R}^2)^*$ met coördinaat $(-1, 2)$ tov de duale basis van W . Bepaal de matrix van $f^*(l)$ tov de standaardbasis van \mathbb{R}^3 en \mathbb{R} .
3. Toon aan dat $a^{25} \equiv a^5 \pmod{88}$. Hint: behandel het geval dat a en 88 relatief priem zijn apart.