

# Meetkunde I

## 30 juni 2022

### Theoriegedeelte

- Geef de definitie van een spiegeling in een  $n$ -dimensionale affiene ruimte.
- Geef de definitie van een projectieve transformatie.
- Gegeven de fundamentealstelling van de projectieve meetkunde. Bewijs deze stelling.
- Geef de oriëntatieomkerende isometrie(ën) van het Euclidische vlak  $\mathbb{E}^2$ .
- Geef de definitie van rotatieindex. Wat gebeurt er met de rotatieindex van een kromme als deze gespiegeld wordt in een rechte?

### Oefeningengedeelte

- [4 punten] Gegeven 3 affien onafhankelijke punten  $A, B, C$  in  $\mathbb{A}^2$ . Zij  $A'$  een punt op de rechte  $BC$ , verschillend van  $B$  en  $C$ , analoog voor  $B'$  en  $C'$  telkens op de overstaande zijde. Veronderstel dat de rechten  $AA'$ ,  $BB'$  en  $CC'$  snijden in het punt  $P$ .

Stel dat de rechten  $BC$  en  $B'C'$  snijden in  $D$ , de rechten  $AC$  en  $A'C'$  snijden in  $E$  en de rechten  $AB$  en  $A'B'$  snijden in  $F$ . Toon aan dat  $D, E$  en  $F$  collineair zijn.

- [3 punten] We werken in  $\mathbb{R}P^n$  met  $n \geq 4$ . Een lineair systeem  $\Sigma^1$  van dimensie 1 in  $\mathbb{R}P^n$  noemen we een *bundel*. Een lineair systeem  $\Sigma^2$  van dimensie 2 in  $\mathbb{R}P^n$  noemen we een *net*.

Toon aan dat een net en een bundel in  $\mathbb{R}P^n$  ( $n \geq 4$ ) gezien als lineaire systemen van hypervlakken, een hypervlak gemeenschappelijk hebben als de doorsnede van hun assen minstens dimensie  $n - 4$  heeft.

- [5 punten] Beschouw in  $\mathbb{E}^3$  de kromme

$$\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (t + \sqrt{3} \sin t, 2 \cos t, \sqrt{3}t - \sin t).$$

- Toon aan dat de kromme  $\alpha$  een cirkelschroeflijn is.
- Bepaal voor welke koppels  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  de kromme congruent is met de cirkelschroeflijn  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (a \cos t, a \sin t, bt)$ .
- Bepaal voor de koppels  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  uit (b) een expliciete isometrie die  $\alpha$  op  $\gamma$  afbeeldt.