

Kwantummechanica 2 BA fysica

(22 aug 2020; 9:00 - 12:00) Voornaam en naam:

Studenten nr.:

1 Theorie: Fermi “Golden Rule” (8pt)

Bespreek in het kader van tijdsafhankelijke storingsrekening Dirac’s methode van de “variatie van constanten”. Stel

$$H = H_0 + \lambda H'(t) \quad (1)$$

met $H'(t) = 0$ voor $t < 0$. Pas deze toe op een stapfunctiestoring H' die wordt aangezet op $t = 0$ en constant is in de tijd. Leid zo de formule af voor het overgangstempo van een begintoestand a met energie E_a naar een groep van eindtoestanden met energie rondom de waarde E_b . Maak hierbij gebruik van de tussenstappen en formules op de bijgevoegde pagina.

2 Oefening 1: Variatierekening (6pt)

Beschouw de harmonische oscillator in de positieruimte-representatie met Hamiltoniaan H , d.w.z.

$$\langle x|H|\psi\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \right) \psi(x) \quad (2)$$

Tracht de grondtoestandsenergie te vinden (of te benaderen) door variatierekening toe te passen op de volgende één-parameter familie van testfuncties

$$\psi_\alpha(x) = e^{-\alpha x^2} \quad (3)$$

Wat besluit je? Wat kan je zeggen over de kwaliteit van de gevonden energiewaarde en de overeenkomstige testfunctie. Tenslotte: welke familie testfuncties zou je best beschouwen als je de energie van de eerste aangeslagen toestand wil vinden of benaderen?

3 Oefening 2: Spin-spin koppeling (6pt)

Twee identieke fermionen met spin-impulsmoment-kwantumgetal $s = 3/2$ worden eerst als onafhankelijk beschouwd en zijn beide in de grondtoestand van een potentiaal (met energie-eigenwaarde $E_0 = -5$ eV). De golffunctie is

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi_0(\mathbf{r}_1)\phi_0(\mathbf{r}_2) \quad (4)$$

Vervolgens wordt de interactie tussen de spins in rekening gebracht en beschreven door de bijkomende Hamiltoniaan

$$W_{ss} = \epsilon \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2}{\hbar^2}, \quad (5)$$

met $\epsilon = 1$ eV. De totale golffunctie is bij onderstelling een product van de ongewijzigde plaatsfunctie $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ en een functie van de spins. Bepaal de energieniveaus (in eV) alsook de genormeerde eigentoestanden. Hoeveel zijn er? Kijk na of er ontarding optreedt. Een genormeerde basis van spintoestanden in de Hilbertruimte is $\{|s, m_s\rangle \otimes |s, m_s\rangle\}$. Je kan deze gebruiken om van te vertrekken.