Wiskunde 1 – Januari 2020

1. a. Toon m.b.v. volledige inductie aan dat

tip: gebruik het binomium van Newton.

b. Maak een schets van het gebied in het complexe vlak beschreven door

1. Met
2. Bereken Taylorveelterm van f(x) rond x = 1
3. Zij rechte r de raaklijn van f in x=1: toon dat r(x) > f(x) voor alle x > 1
4. Los op
5. a. Zij , los op en toon dat de oplossing niet afhangt van a:

b. Bereken

1. Differentiaalvergelijkingen van Bernoulli zijn niet-lineaire differentiaalvergelijkingen van de vorm:

met

De eerste stap om zo’n differentiaalvergelijking op te lossen is het uitvoeren van een geschikte substitutie:

Beschouwd de differentiaalvergelijking :

1. Schrijf de differentiaalvergelijking als een dif. vgl. van Bernoulli: wat zijn P(x), Q(x) en n?
2. Substitueer (1) in de vergelijking uit (a) om volgend te vinden:
3. Los de dif. vgl. uit (b) op naar z
4. Geef de oplossing van de dif vgl. (2) met beginwaarde y(1) = 1
5. a. Vind alle stationaire punten van f(x,y) = (x²+y²)

b. Vind alle lokale maxima, minima en zadelpunten van f. Welke zijn globale maxima/ minima?

c. Vind de vergelijking van de raaklijn aan de niveaukromme f(x,y) = 1 in (0,1)

d. Zoek de extrema van de functie f(x,y) onder de nevenvoorwaarde dat de afstand van (x,y) tot de oorsprong gelijk is aan 1.