

Examen differentiaalvergelijkingen

20 januari 2012 voormiddag

1 Theorie

1.1 Van Assche

1. Gegeven: Legendre veelterm (5.19)
 - Zoek de gewone en singuliere punten.
 - Vertel iets meer over de singuliere punten.
 - Zoek een oplossing rond het punt 1 via machtreeks/Frobeniusreeks.
 - Hoe zoek je een twee lineaire onafhankelijke oplossing (je moet ze niet uitrekenen)?
 - Waar convergeert dit in het punt 1?
2. Gegeven: twee slingers, met eenzelfde lengte en oorsprong die een cirkelbeweging maken, die met elkaar verbonden zijn met een veer.
 - Stel de differentiaalvergelijking op.
 - Hoe maak je hiervan een stelsel van eerstegraadsvergelijkingen?
 - Hoe gedraagt het systeem zich in $(0, 0, 0, 0)$, met $m_1 = m_2, k = 1$ en $l = g/k$ (l is zo gekozen dat alles mooi wordt, ik weet niet meer of het wel g/k was)

1.2 Fannes

1. Gegeven: $y'' = hy'$, met $y''(L) = 0, y'(0) = 0$
Hierbij is y een oplossing van $X^(-1)h = h$ met X^{-1} de Sturm-Liouville operator.

$$X^{-1}f = \int_0^L g(x)f(x)dx$$

Vind de functie $g(x)$, ook wel de functie van Green genoemd.

2. Gegeven: een cirkelvormig vel de opgespannen is, met beginvoorwaarden.

- Bespreek hoe je dit probleem algemeen oplost en de oplossingen van deze differentiaalvergelijking.
- Leg uit: staande golven.

2 Oefeningen

1. Gegeven: een matrix A en een matrix

$$B = \begin{bmatrix} -\sin(t) \\ \sin(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Zoek e^{At}
 - Los de vergelijking $\mathbf{x}' = A\mathbf{x} + B$ op
2. Gegeven: een vierkant van 1 op 1 in evenwicht, met randvoorwaarden:

$$f(x, 1) = x^2 + x$$

en voor al de andere $f(x, y) = 0$ Vind evenwichtoplossing een voor de temperatuurvergelijking. (dus onafhankelijk van de tijd)