

Examen Kansrekenen I - Juni 2019

August 22, 2019

Vraag 1 (7 punten)

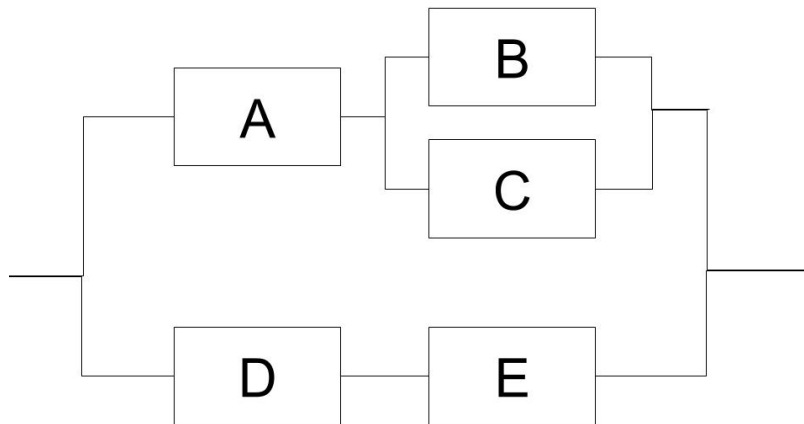
(a) Geef de definitie van een stochastische veranderlijke voor een kansruimte (Ω, \mathcal{A}, P)

(b) Gegeven is dat het stochastisch koppel (X, Y) een bivariate normal verdeling $\mathcal{N}_2(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ heeft (waarbij $\mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R}_0^+$ en $\rho \in]-1, 1[$). Toon aan dat Y normaal verdeeld is met gemiddelde μ_2 en variantie σ_2^2 . Geef al je tussenstappen nauwkeurig weer.

(c) Zij (X, Y) een stochastisch koppel met $(X, Y) \sim \mathcal{N}_2(1, 2, 9, 4, 0.5)$. Bereken $P(X > Y)$.

Vraag 2 (3 punten)

Beschouw het volgende systeem met vijf componenten A, B, C, D en E. De faalkans van deze componenten is respectievelijk $\rho_A, 0.25, \rho_C, 0.1, 0.4$. Indien het volledige systeem faalt, faalt component C met een kans van 0.2. Het falen van deze componenten is onafhankelijk van elkaar. Bepaal de faalkans van component C in functie van de faalkans van component A.



Vraag 3 (3 punten)

(a) Stel dat de stochastische veranderlijke Z standaardnormaal verdeeld is. Toon aan dat $\alpha_4(Z) = 3$ met $\alpha_4(Z)$ het vierde ruwe moment van Z .

(b) Als $X_i \sim \mathcal{X}_{n_i}^2$ onderling onafhankelijke stochastische veranderlijken zijn voor $i = 1, \dots, m$ bewijs dan dat $Y = \sum_{i=1}^m x_i$ uit een \mathcal{X}^2 -verdeling komt met $\sum_{i=1}^m n_i$ vrijheidsgraden.

Vraag 4 (3 punten)

Een psycholoog gaat na wat de studeertijd is bij Wina studenten. Gemiddeld gezien studeert de Wina student 1680 uur per jaar met een standaarddeviatie van gelijk aan 250 uur per jaar. Volgens zijn hypothese zijn studenten die meer dan 2300 uur per jaar studeren ongelukkig door een tekort aan ontspanning. Studenten met minder dan 1000 uur studeertijd per jaar zouden echter ook ongelukkig door het besef waarschijnlijk niet te slagen voor hun examens. Stel dat hij 100 Wina studenten heeft opgevolgd gedurende een jaar, geef dan een schatting voor het minimum aantal onder hen dat waarschijnlijk ongelukkig is.

Vraag 5 (4 punten)

Gewoonlijk koopt 2% van de mensen die een plantencentrum bezoeken tijdens het weekend een zeldzame cactus. Je mag er vanuitgaan dat klanten onafhankelijk van elkaar een cactus kopen.

(a) De hoeveelste klant zal gemiddeld de eerste zijn die een zeldzame cactus koopt op een gegeven zaterdag?

(b) Hoe groot is de kans dat er van de 10 eerste klanten precies 2 zijn die een zeldzame cactus kopen?

(c) Veronderstel dat het plantencentrum afgelopen zaterdag 150 klanten over de vloer kreeg. Wat is de kans dat het plantencentrum aan minstens 5 van de 150 klanten een zeldzame cactus verkocht? Maak gebruik van de onderstaande R output en **duid de gekozen uitvoer duidelijk aan**. Geef in je antwoord zo veel mogelijk cijfers na de komma!

```
> x = c(4, 4.5, 5, 5.5, 6)
> pnorm(x, mean=3, sd=2.94^2)
[1] 0.5460519 0.5688860 0.5914922 0.6137978 0.6357335
> pnorm(x, mean=3, sd=2.94)
[1] 0.6331230 0.6950458 0.7518339 0.8024320 0.8462326
```

```
> pnorm(x, mean=3, sd=sqrt(2,94))
[1] 0.7201247 0.8091635 0.8782784 0.9275838 0.9599094
> ppois(x, lambda=2.94)
[1] 0.8252423 0.8252423 0.9220098 0.9220098 0.9694259
> ppois(x, lambda=3)
[1] 0.8152632 0.8152632 0.9160821 0.9160821 0.9664915
> ppois(x, lambda=1/3)
[1] 0.9999740 0.9999740 0.9999986 0.9999986 0.9999999
```