

Examen Kansrekenen 26/06/2018

June 26, 2018

Vraag 1

a)

Bewijs:

$$\sum_{n=0}^{\infty} nP(X \in A_n) \leq E[|X|] \leq \sum_{n=0}^{\infty} nP(X \in A_n) + 1$$

b)

Bewijs 2e ongelijkheid van Chebyshev.

c)

Benoem telkens de verdeling van de stochastische veranderlijke en geef de waarde van de bijhorende parameter(s)

1. We laten een plastic beker 20 keer op de grond vallen. De beker valt telkens recht of niet. Uit fysische overwegingen zegt men dat in 10% van de gevallen de beker recht valt. X_1 is het aantal keer dat de beker recht valt.
2. Gooi een stuk afval naar een vuilbak. Als je mist, raap je het terug op en gooi je opnieuw. De kans op *niet* missen is 80%. Neem X_2 het aantal gemiste pogingen.
3. Bereken de verwachtingswaarde en variantie van $X_1 + 3X_2$. Neem aan dat X_1 en X_2 onafhankelijk zijn.

Vraag 2

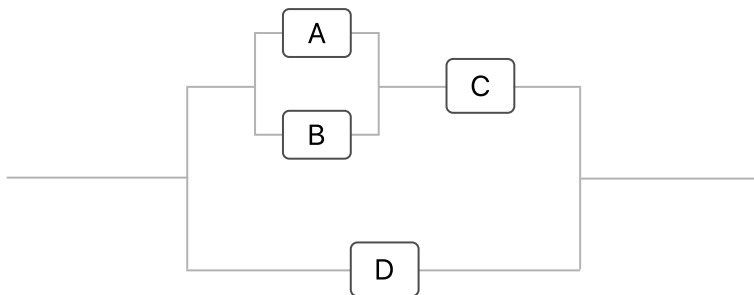


Figure 1: Faalkansen $(A, 0.4)$, $(B, 0.1)$, $(C, 0.3)$, $(D, 0.2)$

a)

Bereken de faalkans van het systeem.

b)

Gegeven systeem faalt, wat is de kans dat B faalt?

Vraag 3

Gegeven X en Y twee continue stochastische veranderlijken en de gezamenlijke dichtheidsfunctie:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} k \exp(-\theta y), & \text{als } 0 \leq x \leq y \leq \infty \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

met $\theta > 0$.

a)

Bereken k zodat $f_{X,Y}$ een dichtheid is.

b)

Bepaal de marginale verdelingsfunctie van X en van Y .

c)

Bepaal de voorwaardelijke verdelingsfunctie $f_X(x|Y = 2)$.

d)

Zijn X en Y onafhankelijk? Gebruik de vorige resultaten en verklaar antwoord.

Vraag 4

a)

Gegeven 50 rozijnenkoeken en de kans dat een koek meer dan 100 gram weegt is 94%. Wat is de kans dat meer dan 6 rozijnenkoeken minder dan 100 gram wegen? Maak gebruik van de gegeven R output en geef aan welke je gebruikt.

```
> ppois(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 2.82)
// output was hier gegeven
> ppois(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 3)
// output was hier gegeven
> pnorm(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 3, sqrt(2.82))
// output was hier gegeven
> pnorm(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 3, 2.82)
// output was hier gegeven
> pnorm(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 3, sqrt(3))
// output was hier gegeven
> pnorm(c(5, 5.5, 6, 6.5, 7), 3, 3)
// output was hier gegeven
```

b)

Pendelen tussen Antwerpen-Centraal en Coolsingel. Individuele reistijd T is lognormaal verdeeld met verwachtingswaarde 60 minuten en standaarddeviatie 20 minuten. De reistijd is onafhankelijk van pendelaar tot pendelaar. Wat is de kans dat de totale reistijd minder dan 105 minuten bedraagt?