

Potentiaaltheorie in 2D namiddag 24 januari 2011

Vraag 1

We hebben in de les bewezen dat voor elke functie f die analytisch is in x_0

$$P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x - x_0} dx = \oint_{C_+} \frac{f(z)}{z - x_0} dz + i\pi f(x_0) = 2\pi i \sum z_+ + i\pi f(x_0)$$

1. Leid een gelijkaardige formule af voor een contour langs de onderkant van het complexe vlak.
2. Ga na dat deze formule zowel opgaat voor wanneer je langs boven langs het punt x_0 passeert als wanneer je langs de onderkant passeert.
3. Concreet voor $\exp(ikx)$. Welke contour ga je nemen? (kort uitleggen volstaat)

Vraag 2

$$I = \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{\pi}}}{1 + x^2} dx$$

Reken deze integraal uit door gebruik makende van de functie f :

$$f(z) = \frac{z^{\frac{1}{\pi}}}{1 + z^2}$$

I moet reëel zijn, dus blijf doorwerken tot je een reële oplossing vindt.

Hint: haal e^i eruit.