

Examen differentiaalvergelijkingen

lit lit dab dab

16 januari 2021, 8uur

1 Vraag 1

Op een eiland leven 3 populaties van dieren samen. Hun interactie wordt gegeven door volgend stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{cases} x' = -x - xy + xz \\ y' = -y - xy + yz \\ z' = 2z - z^2 - xz - yz \end{cases}$$

- Beschrijf de rol van de populaties. Wie zijn prooien/jagers, wat is de precieze interactie?
- Bepaal de kritieke punten.
- Geef voor elk kritiek punt $x, y, z \geq 0$ aan of het stabiel of onstabiel is. Verklaar je antwoord.
- Hoe gedraagt dit ecologische systeem zich als $t \rightarrow \infty$?

2 Vraag 2

Zelfde als vraag 3 van examen 30 januari 2017 maar nu moest je E_y bepalen ipv B_z . De deelvragen waren hetzelfde, alleen moet je nu uiteraard B_z vervangen door E_y in de derde deelvraag (van examen 30/01/2017). (Zie ook oefening 9.5 in de cursus. :))

3 Vraag 3

Beschouw de warmtediffusievergelijking:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0,$$

waarin T de temperatuur is en $c = \lambda/\kappa$ (Met λ de warmtegeleidingscoëfficiënt en κ de warmtecapaciteit.) We beschouwen het 1D-domein $x \in [0, L]$.

- Gegeven volgende randvoorwaarden:

$\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = 0, T(x = L, t) = 0$ en beginvoorwaarde $T(x, t = 0) = f(x)$ voor een generieke continue functie f . Zoek de algemene oplossing voor bovenstaand probleem.

- Gebruik dezelfde randvoorwaarden, voeg een warmtebron toe maar overweeg een tijdsonafhankelijk geval:

$$c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{S}{\kappa} = 0.$$

Vind de algemene oplossing voor een bron S .

- Stel nu dat het domein lengte $L = \pi m$ (meter) en een diffusieconstante $c = 5m^2/K$ heeft en dat de bron van de vorm $\frac{S}{\kappa} = s_0 \cos(x/2)$ heeft. Voor welke waarde van s_0 is de temperatuur bij $x = 0$ gelijk aan 1000K?