

1 Vraag 1

Beantwoord de volgende drie vragen op één bladzijde.

1.1 A

Gegeven zijn twee functies $f_1(x) = 1 - e^x$ en $f_2(x) = 10^9 - e^x$. We gebruiken een iteratief algoritme om de nulpunten hiervan te bepalen in een systeem met dubbele precisie. Als output krijg ik de benaderende waarde \bar{x} met:

$$f_1 : \bar{x} = 10^{-16}$$

$$f_1(\bar{x}) = 10^{-15}$$

$$f_2 : \bar{x} = 20.7232$$

$$f_2(\bar{x}) = 10^{-6}$$

(Merk op dat de werkelijke outputs veel grilliger en met veel meer cijfers na de komma gegeven waren, enkel de grootteordes zijn hier gegeven). Wanneer ik kijk naar deze output, begin ik te twifelen aan de accuraatheid van het algoritme aangezien de functiewaarde van \bar{x} bij f_2 nogal groot is. Is dit terecht?

1.2 B

Is de volgende stelling waar of niet waar (en verklaar)? Wanneer we de formules van Newton-Cotes gebruiken om een integraal te benaderen zal de fout altijd kleiner zijn voor de Newton-Cotes formules met grotere nauwkeurigheidswaarden.

1.3 C

We lossen een stelsel op met een bepaald softwarepakket. Wanneer we een stelsel oplossen met dimensie 1000×1000 , dan doet het pakket hier 0.3 seconden over. Voor grootte 2000×2000 , doet het hier 1.2 seconden over en voor 3000×3000 , 2.7 seconden. Is het mogelijk dat het pakket werkt met Gausseliminatie?

2 Vraag 2

Gegeven een functie

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x-3} = \frac{x-4}{x-3}$$

die we willen evalueren. Beantwoord de volgende vragen.

2.1 A

Bereken de relatieve conditie van het probleem.

2.2 B

Bereken de relatieve stabiliteit voor beide algoritmes (de twee gegeven evaluatiemethoden $1 - \frac{1}{x-3}$ en $\frac{x-4}{x-3}$).

2.3 C

Als we de functie zouden evalueren in $x = 4.000001$, hoeveel beduidende cijfers zouden we dan verliezen in het decimale stelsel?

3 Vraag 3

Vraag 3 van het examen van 18 juni 2019 om 8 uur.

4 Vraag 4

Gegeven de functie

$$f(x) = x^3 + x - 2$$

. We berekenen het nulpunt ($x^* = 1$) met de volgende substitutieformule:

$$F(x) = x - \frac{x^3 + x - 2}{c}$$

Beantwoord de volgende vragen.

4.1 A

Voor welke waarden van c is er monotone convergentie als de startwaarde $x^{(0)}$ gelijk is aan 0?

4.2 B

Gegeven is het iteratieproces voor $c = 5$ en $x^{(0)} = 0$

iteratie	\bar{x}	$x^* - \bar{x}$
0	0	1
1	0.4000000000000000	0.6000000000000000
2	0.7072000000000000	0.2928000000000000
3	0.895021352550400	0.104978647449600
4	0.972623344439472	0.0273766555605276
5	0.994079083784200	0.00592091621579960
6	0.998794823921746	0.00120517607825399
7	0.999758093664813	0.000241906335187170
8	0.999951583624589	4.84163754111977e-05
9	0.999990315318453	9.68468154682878e-06
10	0.999998063007415	1.93699258499436e-06

. Wat is de orde van convergentie voor $x^{(2)}$ en $x^{(10)}$? Wat is de orde van convergentie in de limiet? Geef een waarde waarvoor het proces sneller convergeert. Leg ook uit waarom het dan sneller convergeert.