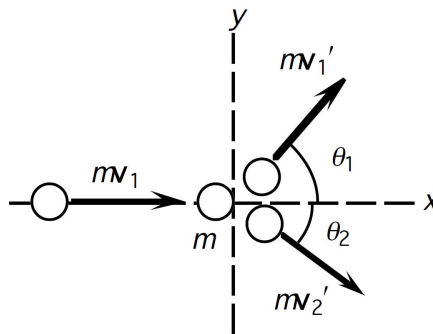


# Examen mechanica: oefeningen

22 februari 2013

## 1 Behoudswetten

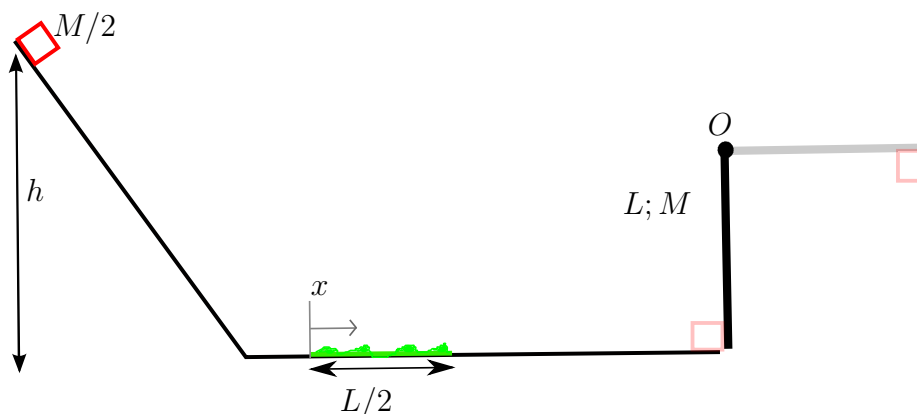
1. Een wielrenner met een massa van 80 kg (inclusief de fiets) kan een helling van  $4.0^\circ$  afbollen aan een constante snelheid van 6.0 km/u. Door hard te trappen kan de fietser de helling afdalen aan een constante snelheid van 40 km/u. Als hij hetzelfde vermogen zou produceren aan welke snelheid zou de wielrenner diezelfde heuvel kunnen opklimmen? Veronderstel dat de luchtweerstand evenredig is met de snelheid in het kwadraat:  $F_w = bv^2$  met  $b$  een constante.
2. Toon aan dat voor een elastische botsing tussen twee deeltjes met een gelijke massa de hoeken na de botsing voldoen aan:  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$  zoals waar gegeven op figuur 1. Het eerste deeltje heeft initieel een snelheid  $\vec{v}_1$  en het tweede deeltje is initieel in rust.



**Figuur 1:** Twee botsende deeltjes.

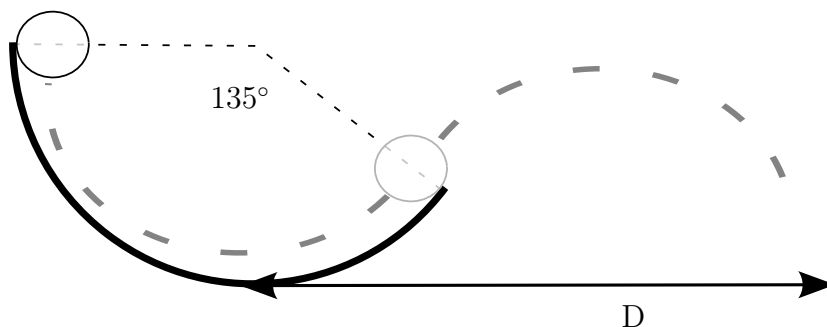
## 2 Starre lichamen en rotatie

1. Een blokje met massa  $M/2$  wordt van een hoogte  $h$  op een hellend vlak losgelaten (zie figuur 2). De helling is glad. Eenmaal beneden gekomen glijdt het blokje over een horizontaal ruw oppervlak met lengte  $L/2$ , waar er een wrijvingskracht werkt die gegeven wordt als  $F = -kx$ . Na dit oppervlak botst het blokje tegen een met superlijm bedekte staaf. Deze staaf heeft een massa  $M$  en een totale lengte  $L$ . De staaf is verticaal opgehangen aan het bovenste punt  $O$ , zodat de onderkant van de staaf de grond net niet raakt. Zoek een uitdrukking voor de hoogte  $h$  in functie van  $k$ ,  $L$ ,  $M$  en  $g$ , waarop men het blokje zou moeten loslaten zodat de staaf na de botsing tot een positie evenwijdig met de grond zwaait.

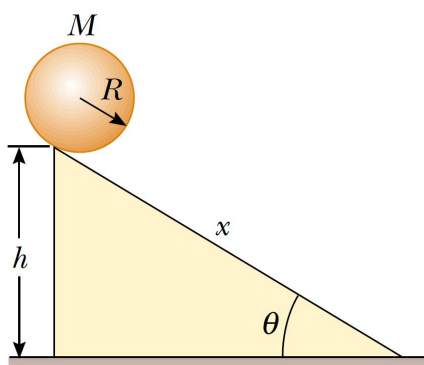


**Figuur 2:** Weergave van het vraagstuk.

2. Een massieve bol met straal van 5.0 cm rolt zonder slippen op een baan zoals te zien is op figuur 3. Deze baan heeft een straal  $R$  van 30.0 cm. De bal begint te rollen vanop een hoogte  $R$ . Wanneer het de baan verlaat na een hoek van  $135^\circ$  te hebben afgelegd zoals te zien is op de figuur, op welke afstand  $D$  ten opzichte van de basis van de baan zal de bal de grond raken? Hou tijdens alle berekeningen ook rekening met de dimensies van de bol.
3. Een massieve bol, met een massa van 850 g en een straal van 10 cm, rolt een ruwe helling af zoals te zien is op figuur 4. Zij  $\theta = 30^\circ$ ,  $\mu_k = 0.10$  en  $h = 2.0$  m, bepaal dan, wanneer de bol uit rust vertrekt,
  - (a) de versnelling van de bol,
  - (b) het verlies in mechanische energie wanneer de bol de onderkant van de helling bereikt heeft.
4. Een touw is aan één kant verbonden met blokje ( $m = 3.0$  kg) dat over een helling kan glijden, de andere kant van het touw is opgewonden rond een katrol ( $M = 30$  kg



**Figuur 3:** De sfeer op de baan, met het traject in benadering weergegeven.

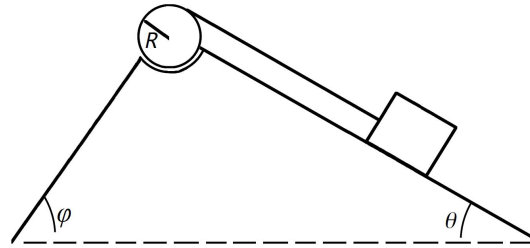


**Figuur 4:** Massieve bol op een helling.

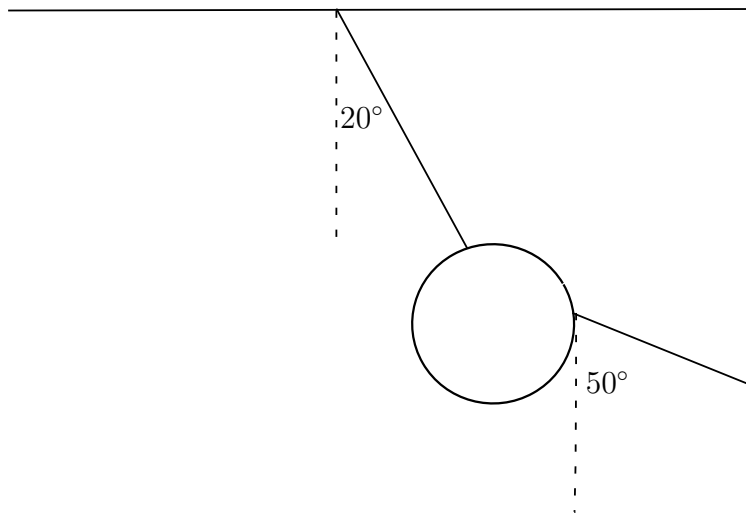
en  $R = 0.20$  m) die zich aan de top bevindt zoals te zien is op figuur 5. De katrol kan beschouwd worden als een massieve cilinder. Gegeven dat  $\theta = 30^\circ$ ,  $\phi = 60^\circ$ , bepaal dan de snelheid van het blokje nadat deze, gestart uit rust, een afstand van 1.80 m heeft afgelegd. Veronderstel

- (a) dat er geen wrijving is;
- (b) de wrijvingscoëfficiënt ( $\mu$ ) tussen het blokje en de helling, en de katrol en de top gelijk is aan 0.025. Veronderstel ook dat de trekkracht aan de katrol veel kleiner is dan de zwaartekracht die aangrijpt op de katrol en dat de normaalkracht op de katrol verticaal naar boven gericht is.

5. Een 20 kg massieve bol is opgehangen aan het plafond door middel van een touw  $A$ . Touw  $B$  trekt de bal naar beneden via de zijkant van de bol (zie figuur 6). Als touw  $A$  een hoek van  $20^\circ$  maakt met de verticale en touw  $B$  een hoek van  $50^\circ$  met de verticale, vind dan de spankrachten in de touwen.
6. Een persoon wil een lamp (zie figuur 7) met een massa van 7.5 kg over de vloer duwen. De wrijvingscoëfficiënt bedraagt 0.20. Bereken de maximale hoogte boven de vloer waar de persoon de lamp mag voortduwen opdat de lamp niet zou omkantelen.

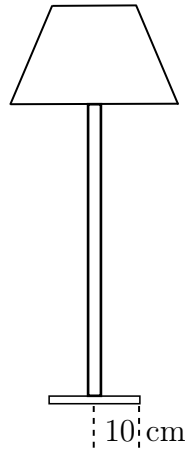


**Figuur 5:** Het blokje op de helling verbonden via een touw met een katrol.



**Figuur 6:** Bol verbonden met twee touwen.

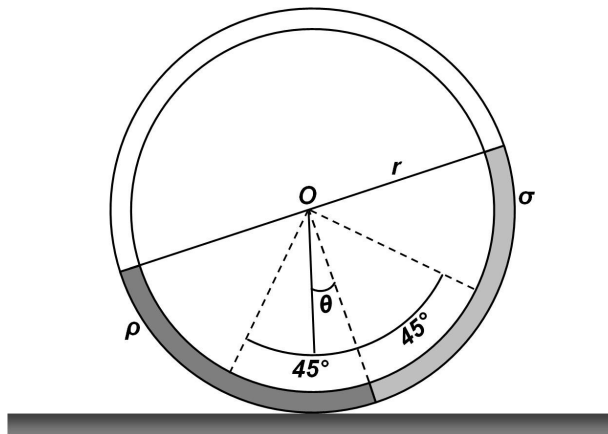
7. Een frigo, die we kunnen benaderen als een balk, is 2.5 m hoog, 1.0 m breed en 1.5 m lang. Men zet de frigo rechtop in een verhuishagen zodat de breedte volgens de bewegingsrichting staat. Als de frigo in de verhuishagen niet kan glijden, wat is dan de maximale versnelling die de wagen mag hebben opdat de frigo niet omver zou vallen?



**Figuur 7:** Lamp.

### 3 Fluida

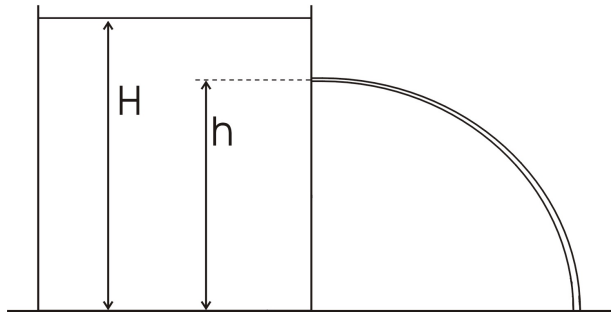
1. Een verticale, smalle, uniforme, cirkelvormige buis met straal  $r$  bevat twee vloeistoffen met dichtheden  $\rho$  en  $\sigma$  ( $\rho > \sigma$ ). De vloeistoffen vullen net de helft van de cirkel zoals weergegeven in figuur 8. Vind een uitdrukking voor de hoek  $\theta$ , dit is de hoek tussen de verticale en de plaats waar beide vloeistoffen elkaar raken, op twee manieren:
  - (a) Door statisch evenwicht uit te rekenen.
  - (b) Door te eisen dat de druk in beide vloeistoffen gelijk moet zijn in het punt waar ze elkaar raken.



**Figuur 8:** Ronde buis met hierin twee vloeistoffen met verschillende massadichtheid.

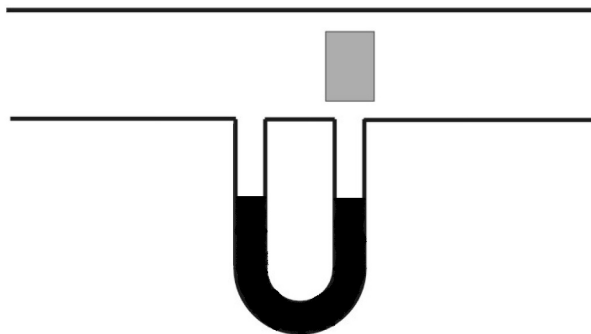
2. Een biervat met hoogte  $H$  en grondoppervlakte  $A_1$  is gevuld met bier. De bovenkant is open en onderhevig aan de atmosferische druk. Onderaan het vat is er een opening met oppervlakte  $A_2$ , die veel kleiner is dan  $A_1$ .

- (a) Zoek de uitdrukking voor de hoogte  $h$  van het bier in functie van de tijd, wanneer op  $t = 0\text{ s}$  geldt dat  $h = H$ .
- (b) Hoelang duurt het vooraleer het vat leeggelopen is als  $H = 2\text{ m}$ ,  $A_1 = 0.8\text{ m}^2$  en  $A_2 = 10^{-4}A_1$ .
3. Een open vat is gevuld met water tot op een hoogte  $H$ . In het vat zit er op een hoogte  $h$  een gaatje, waaruit vloeistof lekt.
- (a) Op welke horizontale afstand van het vat raakt het water de grond?
- (b) Op welke andere hoogte  $h'$  kan men ook een gat maken zodat het water op dezelfde positie de grond raakt?



**Figuur 9:** Open vat.

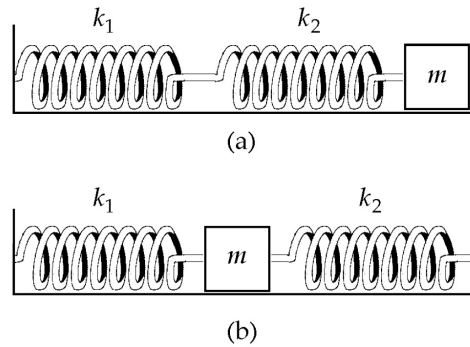
4. Midden in een buis met oppervlakte  $A$  wordt een voorwerp met oppervlakte  $A/2$  geplaatst. Door deze buis wordt lucht geblazen. Aan deze buis wordt een U-vormige buis bevestigd zoals op figuur 10. Wanneer er geen lucht door de bovenste buis stroomt, staat het waterniveau in beide benen gelijk (zoals weergegeven in figuur 10). Aan welke kant van de U-vormige buis staat het water het hoogst wanneer er nu lucht door de bovenste buis wordt geblazen? Bepaal de snelheid van de lucht aan de ingang van de buis.



**Figuur 10:** Buis met object in de toestand wanneer er nog geen lucht stroomt.

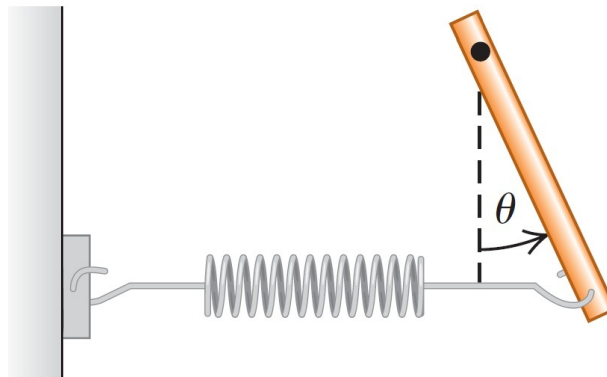
## 4 Trillingen

1. Een massa  $m$  is verbonden met twee veren zoals te zien is op figuur 11. De veren hebben respectievelijk een veerconstante  $k_1$  en  $k_2$ . Zoek voor beide gevallen de uitdrukking voor de periode van de beweging van de massa indien deze uit de evenwichtspositie gebracht wordt.



**Figuur 11:** Massa-veersystemen.

2. Een staaf met een massa van 2.00 kg en een lengte van 2.00 m wordt verticaal opgehangen aan een vast punt zoals te zien is op figuur 12. De onderkant van de staaf is verbonden met een horizontale veer, die een veerconstante  $k$  van 5 N/m heeft. Men brengt de veer onder een hoek  $\theta$  uit evenwicht. Indien de uitwijking heel klein is, bereken dan de periode van de beweging.



**Figuur 12:** De staaf verbonden met de veer.