

# GR 14 januari 2020

January 14, 2020

1. Light rays: Opgave 9.18 en 12.11 uit Hartle
2. Black holes: Example 9.2 in Hartle

- (a) Geef de orthogonale basis.
- (b) Bepaal de initiële velocity  $u_0$  van de lichtstralen.
- (c) Toon aan dat:

$$\tan \psi = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{1/2} \left[ \frac{1}{b^2} - \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{2M}{R}\right) \right]^{-1/2}$$

- (d) Bepaal  $\psi_{crit}$  en bepaal voor welke Radii  $\psi_{crit} = 0$  en  $\psi_{crit} = \pi/2$
3. Cosmology: Opgave 18.8 in Hartle
  4. Gravitational waves:
    - (a) opgave 16.7 in Hartle
    - (b) Dubbel ster systeem in het xy-vlak met 2 sterren van identieke massa  $M$  die zich op een cirkelvormige baan met straal  $R$  bewegen met angular velocity  $\Omega$ . Bepaal de perturbatie in de GW metric. Toon dat de Luminosity van de GW gedefinieerd als:

$$L_{GW} = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{I}_{ij} \ddot{I}^{ij} \rangle$$

gelijk is aan:

$$L_{GW} = \frac{128}{5} M^2 R^4 \Omega^6$$

Herinner hiervoor dat

$$I^{ij}(r) = \int d^3x \mu(t, \vec{x}) x^i x^j$$

met  $\mu$  de rest mass density en dat voor heel grote  $r$  de perturbatie gegeven wordt door:

$$h^{ij}(t, \vec{x}) \rightarrow \frac{2}{r} \ddot{I}^{ij}(t - r)$$