

**Examen Wiskunde I**  
**1ste fase bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,**  
**Geografie, Geologie en Informatica**  
**Schakelprogramma Master Toegepaste Informatica**  
**maandag 14 januari 2013, 9:00–13:00**

**Naam:**

**Studierichting:**

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:  
Vraag 1:      (a) 3 pt      (b) 7 pt  
Vraag 2:      (a) 3 pt      (b) 3 pt      (c) 4 pt  
Vraag 3:      (a) 4 pt      (b) 4 pt      (c) 2 pt  
Vraag 4:      (a) 3 pt      (b) 3 pt      (c) 4 pt  
Vraag 5:      (a) 7 pt      (b) 3 pt
- Succes!

**Naam:**

**Vraag 1** (a) Bepaal  $s$  zodanig dat

$$\sum_{k=2}^n \ln \left( 1 - \frac{1}{k^2} \right) = \ln(n+1) - \ln n - s \quad (1)$$

juist is voor  $n = 2$ .

(b) Neem de waarde van  $s$  die u gevonden heeft in onderdeel (a) en bewijs met behulp van volledige inductie dat (1) geldt voor elk natuurlijk getal  $n \geq 2$ .

---

**Antwoord:**

**Naam:**

**Vraag 2** Zij  $\mathcal{K}$  de kromme die in poolcoördinaten gegeven wordt door

$$\mathcal{K} : r = \frac{1}{q + \cos \theta}, \quad -\pi < \theta < \pi$$

met  $q \geq 1$ .

- (a) Geef een vergelijking voor  $K$  in Cartesische coördinaten. Wat voor soort kromme is  $K$  in het geval dat  $q = 1$  ? Schets  $K$  voor het geval  $q = 1$ .
- (b) Stel een integraal op voor de lengte van  $\mathcal{K}$ .
- (c) Neem  $q = 2$  en benader de integraal met de trapeziumregel  $T_4$ . Geef drie decimalen na de komma.

---

**Antwoord:**

**Naam:**

**Vraag 3** (a) Bereken alle oplossingen van

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 6\frac{dx}{dt} + 10x = 0$$

(b) Bereken

$$\int_0^\infty |x - c|e^{-2x} dx$$

waarin  $c \in \mathbb{R}$ .

(c) Voor welke  $c \in \mathbb{R}$  is de integraal uit (b) minimaal?

---

**Antwoord:**

**Naam:**

**Vraag 4** Beschouw de functie

$$f(x, y) = xy(x - 2)(y - 4).$$

- (a) Bepaal alle stationaire punten van  $f$ .
- (b) Er is één stationair punt waarin  $f$  een strikt positieve waarde aanneemt. Bepaal de aard van dat stationair punt (lokaal maximum, lokaal minimum of zadelpunt).
- (c) Bereken het maximum van  $f$  onder de nevenvoorwaarde  $xy = C$  met  $x > 0$ ,  $y > 0$  en  $C > 0$ .

---

**Antwoord:**

**Naam:**

**Vraag 5** (a) Bereken alle oplossingen van

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x^2 + p^2}{1 - t^2}$$

waarin  $p > 0$ . Geef de oplossingen in expliciete vorm.

(b) Voor welke  $p$  is er een oplossing van de DV met  $x(0) = 1$  en  $x'(0) = 5$  ?

Hint: Onderdeel (b) kan onafhankelijk van (a) gedaan worden.

---

**Antwoord:**