

Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
woensdag 21 januari 2015, 9:00–13:00

Auditorium G.00.01: 40 studenten Q-Z + 6 studenten met examenfaciliteiten

Auditorium G.00.06: 53 studenten A-P

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:
Vraag 1: (a) 10 pt
Vraag 2: (a) 4 pt (b) 2 pt (c) 4 pt
Vraag 3: (a) 4 pt (b) 2 pt (c) 4 pt
Vraag 4: (a) 4 pt (b) 6 pt
Vraag 5: (a) 3 pt (b) 3 pt (c) 4 pt
- Succes!

Naam:

Vraag 1 Bewijs met volledige inductie dat

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-2x} dx = \frac{n!}{2^{n+1}}$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 We bekijken de functie $f(x) = \frac{4}{(x+a)(x+4)}$ waarin $0 < a < 4$.

- (a) Bereken de maxima en minima van f en geef aan of het lokale of globale extrema zijn. Waar is de functie stijgend en waar is ze dalend?
- (b) D is het gebied in het eerste kwadrant van het xy -vlak dat omsloten wordt door de grafiek van f en de rechten $y = f(0)$ en $x = 1$. Schets D voor de waarde $a = 1$.
- (c) Neem algemene $0 < a < 4$. Het volume van het omwentelingslichaam dat ontstaat door D te wentelen **rond de y -as** is gelijk aan

$$2\pi \int_0^1 x(f(0) - f(x))dx$$

Dit hoeft u niet te bewijzen. Bereken dit volume.

Als het niet lukt voor algemene a , neem dan $a = 1$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Bereken de raaklijn aan de niveaokromme $x^2 + y^4 = 1$ in het punt

$$x = \cos \theta, \quad y = \sqrt{\sin \theta}, \quad 0 < \theta < \pi.$$

(b) Laat zien dat de raaklijn uit (a) de x -as snijdt in het punt met x coördinaat

$$X(\theta) = \frac{2}{\cos \theta} - \cos \theta.$$

(c) Bereken de tweedegraads Taylorveelterm van $X(\theta)$ rond $\theta = 0$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (a) Geef de oplossing van

$$x \frac{dx}{dt} + 1 = t$$

die voldoet aan $x(6) = 3$.

(b) Bereken de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 5t^2 - t$$

met $y(0) = 2$ en $y'(0) = 0$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (a) Bereken de stationaire punten van

$$f(x, y) = (x - y + 1) e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}.$$

(b) In het punt $(x, y) = (0, 0)$ geldt $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} < 0$ en $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$. Dit hoeft u niet te bewijzen. Bereikt f in $(0, 0)$ een lokaal extremum? Leg uit.

(c) Bereken het maximum en minimum van $f(x, y)$ op de cirkel $x^2 + y^2 = 8$.

Antwoord: