

# Examen Klassieke Mechanica

Herbert De Gerssem, Eef Temmerman

2de bachelor burgerlijk ingenieur en bio-ingenieur  
14 januari 2008, academiejaar 07-08

NAAM:

RICHTING:

vraag 1 (/3)	vraag 2 (/5)	vraag 3 (/5)	vraag 4 (/3)	vraag 5 (/4)

## Verloop van het examen

- Het volledige examen duurt 3 uur of eventueel langer tot de laatste kandidaat klaar is met het mondelinge gedeelte. Uiteraard bestaat de mogelijkheid om vroeger in te dienen.
- Vraag 3 (eerste opgave van het deel oefeningen) is schriftelijk. Alle andere vragen zijn mondeling met schriftelijke voorbereiding.
- Het theoretische gedeelte zal eerst ondervraagd worden. Begin dus met de schriftelijke voorbereiding van vraag 1 en 2. Om 9u wordt gestart met de mondelinge ondervraging, waarbij de studenten natuurkunde en wiskunde eerst aan de beurt zullen komen.

## Opmerkingen bij het examen

- Zorg dat alle vragen op afzonderlijke bladen beantwoord worden. Nummer alle bladen en schrijf je naam of initialen op elk blad. Noteer ook je naam en richting bovenaan dit blad in de voorziene ruimte.
- Steek bij het indienen al je nette bladen tussen het dubbel opgaveblad. Kladpapier wordt apart afgegeven.
- Lees alle opgaven aandachtig en zorg dat je alle delen van de vraag beantwoordt.
- Schrijf groot en duidelijk. Maak grote en duidelijke figuren.

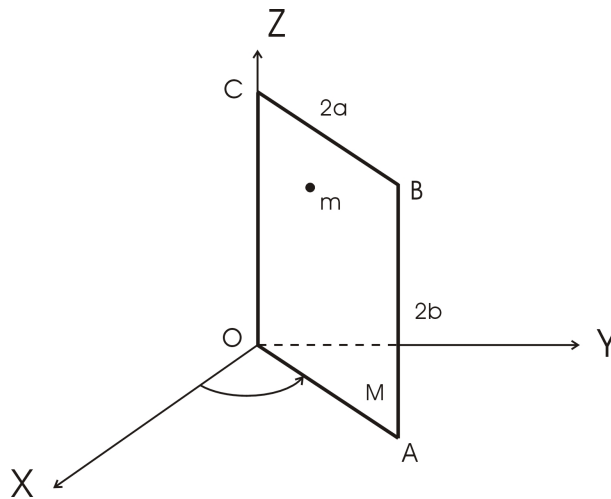
**Veel succes!**

## Theorie

1. Een mechanisch systeem wordt beschreven in functie van een aantal veralgemeende coördinaten.
  - Wat is een cyclische coördinaat?
  - Wat is een veralgemeende impuls?
  - Wanneer is op een veralgemeende impuls een behoudswet van toepassing?
  - In welk geval is een veralgemeende impuls gelijk aan een (translatie-)impuls?
  - In welk geval is een veralgemeende impuls gelijk aan een impulsmoment?
2. Beschouw een voorwerp met een cilindervormige symmetrie (de geometrie is invariant voor een rotatie rond een bepaalde *symmetrie*-as). Dit voorwerp ondergaat een vrije precessiebeweging.
  - Welke krachten werken in op het voorwerp?
  - Stel de Lagrange vergelijkingen op in functie van de Eulerhoeken.
  - Welke behoudswetten zijn van toepassing?
  - Leid verbanden af tussen het impulsmoment, de hoek en de hoeksnelheid van de precessiebeweging.

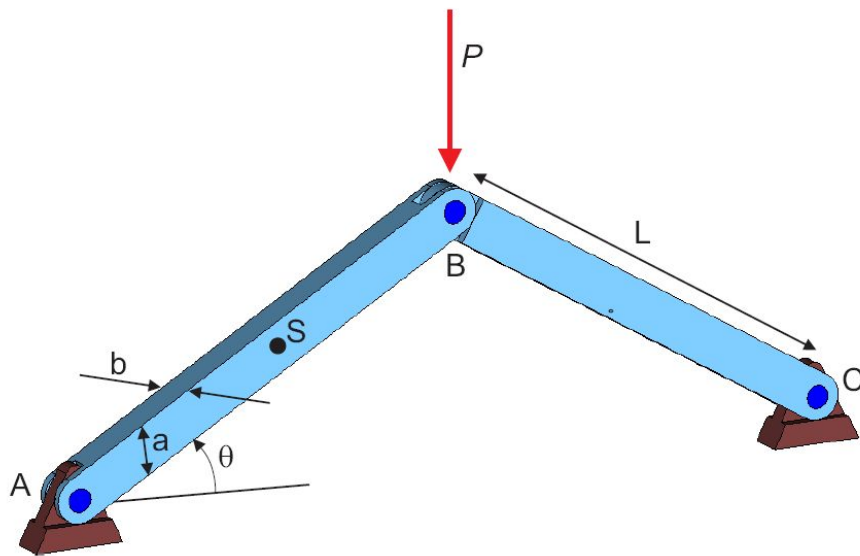
## Oefeningen

3. Een wrijvingsloze, homogene, rechthoekige plaat  $OABC$  met massa  $M$  ( $|OA| = 2a$  en  $|AB| = 2b$ ) wentelt om zijn verticaal opgestelde zijde  $OC$ . In het vlak van de plaat beweegt een deeltje met massa  $m = \frac{4}{3}M$ . Het stelsel is onderworpen aan de zwaartekracht.
- Stel de Lagrangevergelijkingen voor dit systeem op in cilindercoördinaten  $(\rho, \theta, z)$ .
  - Bepaal de uitdrukking voor de Hamiltoniaan en de bijhorende bewegingsvergelijkingen van Hamilton.
  - Welke 2 behoudswetten kan je vinden voor deze beweging?
  - Stel dat op  $t = 0$  de hoeksnelheid van de plaat gelijk is aan  $\omega_0$  en het deeltje zich op dat moment in het massamiddelpunt van de plaat bevindt met snelheid 0 ten opzichte van de plaat.
    - Bepaal in dit geval  $z(t)$  van het deeltje.
    - Toon aan dat  $\dot{\rho}^2 = 2a^2\omega_0^2\left(\frac{\rho^2 - a^2}{\rho^2 + a^2}\right)$ .



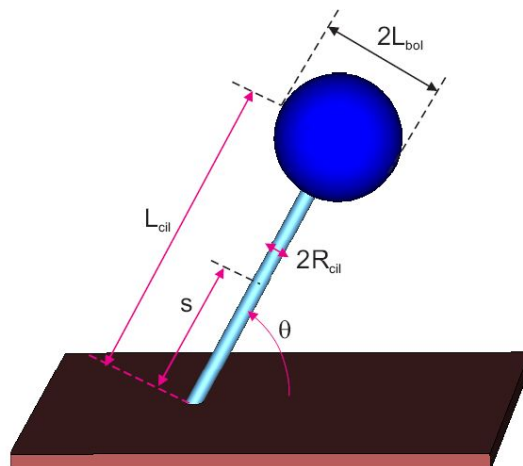
Figuur 1: Oefening 3

4. Twee staven met een verwaarloosbare massa en met een lengte  $L = 8$  m zijn in het scharnierpunt B met elkaar verbonden (Figuur 2). Ze zijn met behulp van de scharnierpunten A en C onder een hoek  $\theta = 30^\circ$  opgesteld. In het scharnierpunt B wordt een last  $P = 600$  kN aangelegd. De rechthoekige doorsnede van de staven heeft als zijden  $a = 10$  cm en  $b = 6$  cm. De staven zijn gemaakt van constructiestaal A-36.
- Bereken de normaalkracht, de dwarskracht, het buigmoment en het torsiemoment in punt S.
  - Bepaal de spanningstoestand in punt S.
  - Bereken de verticale verplaatsing van het scharnierpunt B onder invloed van de last.



Figuur 2: Constructie met twee staven.

5. Een ontwerp voor een watertoren bestaat uit een bol met een straal  $R_{\text{bol}} = 4$  m en een massieve cilindervormige poot met een straal  $R_{\text{cil}} = 0.5$  m en een lengte  $L_{\text{cil}} = 80$  m (Figuur 3). De watertoren wordt onder een hoek  $\theta = 60^\circ$  ten opzichte van de grond verankerd. De massa van de bol met water is  $M = 200$  ton. De poot is gemaakt van constructiestaal A-36. De massa van de poot kan verwaarloosd worden.
- Geef de normaalkracht, de dwarskracht, het buigmoment en het torsiemoment in functie van de coördinaat  $s$  weer in een grafiek.
  - Bereken de spanningstoestand in de cilindervormige staaf in functie van de dwarscoördinaat  $s$  langs de staaf en van de coördinaat  $y$  gerekend ten opzichte van het neutrale vlak in de doorsnede.
  - Bereken en teken de spanningstoestand in de dwarsdoorsnede bij punt S met positie  $s = L_{\text{cil}}/2$ .
  - Waar (bij welke  $s$ - en  $y$ -coördinaten) is de normaalspanning het grootst?
  - Waar (bij welke  $s$ - en  $y$ -coördinaten) is de schuifspanning het grootst?



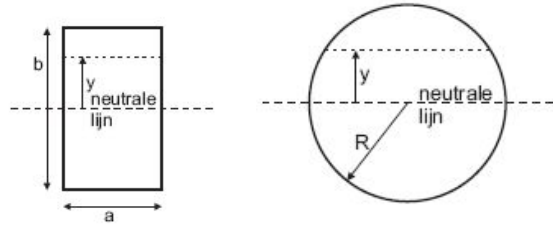
Figuur 3: Watertoren bestaande uit een bol en een cilindervormige staaf.

## Bijkomende informatie

Tabel 1: Materiaaleigenschappen.

	soortelijk gewicht	elasticiteits- modulus	glijdings- modulus	Poisson ratio	maximale spanning	maximale schuifspan- ning
	$\rho$ (ton/m <sup>3</sup> )	$E$ (GPa)	$G$ (GPa)	$\nu$ ( )	$\sigma_{\max}$ (MPa)	$\tau_{\max}$ (MPa)
constructie- staal A-36	7.85	200	75	0.32	250	250

Tabel 2: Traagheidsmomenten van veelgebruikte doorsnedes.



oppervlakte	$A$	$ab$	$\pi R^2$
polair traagheidsmoment	$I_p = \int_A r^2 dA$	$\frac{1}{6} ab (a^2 + b^2)$	$\frac{1}{2} \pi R^4$
linear traagheidsmoment	$I = \int_A y^2 dA$	$\frac{1}{12} ab^3$	$\frac{1}{4} R^4$
statisch moment	$Q(y) = \int_{A'} y dA'$	$\frac{a}{2} \left( \frac{b^2}{4} - y^2 \right)$	$\frac{2}{3} (R^2 - y^2)^{3/2}$