

# Examen Klassieke Mechanica

Herbert De Gerssem, Eef Temmerman

2de bachelor natuurkunde en wiskunde  
14 januari 2008, academiejaar 07-08

NAAM:

RICHTING:

vraag 1 (/3)	vraag 2 (/5)	vraag 3 (/5)	vraag 4 (/7)

## Verloop van het examen

- Het volledige examen duurt 3 uur of eventueel langer tot de laatste kandidaat klaar is met het mondelinge gedeelte. Uiteraard bestaat de mogelijkheid om vroeger in te dienen.
- Vraag 3 (eerste opgave van het deel oefeningen) is schriftelijk. Alle andere vragen zijn mondeling met schriftelijke voorbereiding.
- Het theoretische gedeelte zal eerst ondervraagd worden. Begin dus met de schriftelijke voorbereiding van vraag 1 en 2. Om 9u wordt gestart met de mondelinge ondervraging, waarbij de studenten natuurkunde en wiskunde eerst aan de beurt zullen komen.

## Opmerkingen bij het examen

- Zorg dat alle vragen op afzonderlijke bladen beantwoord worden. Nummer alle bladen en schrijf je naam of initialen op elk blad. Noteer ook je naam en richting bovenaan dit blad in de voorziene ruimte.
- Steek bij het indienen al je nette bladen tussen het dubbel opgaveblad. Kladdpapier wordt apart afgegeven.
- Lees alle opgaven aandachtig en zorg dat je alle delen van de vraag beantwoordt.
- Schrijf groot en duidelijk. Maak grote en duidelijke figuren.

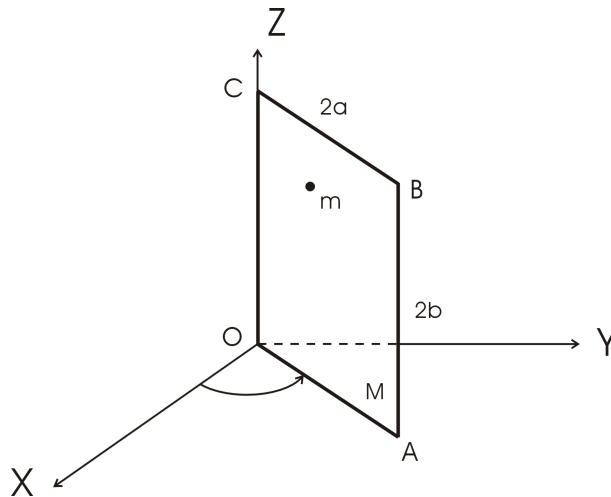
**Veel succes!**

## Theorie

1. Een mechanisch systeem wordt beschreven in functie van een aantal veralgemeende coördinaten.
  - Wat is een cyclische coördinaat?
  - Wat is een veralgemeende impuls?
  - Wanneer is op een veralgemeende impuls een behoudswet van toepassing?
  - In welk geval is een veralgemeende impuls gelijk aan een (translatie-) impuls?
  - In welk geval is een veralgemeende impuls gelijk aan een impulsmoment?
2. Beschouw een voorwerp met een cilindervormige symmetrie (de geometrie is invariant voor een rotatie rond een bepaalde *symmetrie-as*). Dit voorwerp ondergaat een vrije precessiebeweging.
  - Welke krachten werken in op het voorwerp?
  - Stel de Lagrange vergelijkingen op in functie van de Eulerhoeken.
  - Welke behoudswetten zijn van toepassing?
  - Leid verbanden af tussen het impulsmoment, de hoek en de hoeksnelheid van de precessiebeweging.

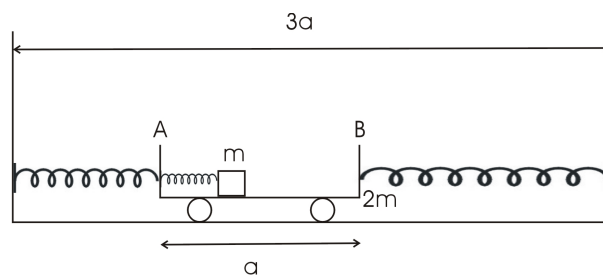
## Oefeningen

3. Een wrijvingsloze, homogene, rechthoekige plaat OABC met massa  $M$  ( $|OA| = 2a$  en  $|AB| = 2b$ ) wentelt om zijn verticaal opgestelde zijde OC. In het vlak van de plaat beweegt een deeltje met massa  $m = \frac{4}{3}M$ . Het stelsel is onderworpen aan de zwaartekracht.
- Stel de Lagrangevergelijkingen voor dit systeem op in cilindercoördinaten  $(\rho, \theta, z)$ .
  - Bepaal de uitdrukking voor de Hamiltoniaan en de bijhorende bewegingsvergelijkingen van Hamilton.
  - Welke 2 behoudswetten kan je vinden voor deze beweging?
  - Stel dat op  $t = 0$  de hoeksnelheid van de plaat gelijk is aan  $\omega_0$  en het deeltje zich op dat moment in het massamiddelpunt van de plaat bevindt met snelheid 0 ten opzichte van de plaat.
    - Bepaal in dit geval  $z(t)$  van het deeltje.
    - Toon aan dat  $\dot{\rho}^2 = 2a^2\omega_0^2\left(\frac{\rho^2 - a^2}{\rho^2 + a^2}\right)$ .



Figuur 1: Oefening 3

4. Een karretje met massa  $2m$  en lengte  $a$  kan zich, zonder wrijving, verplaatsen langs een horizontale rechtlijnige baan tussen 2 (vaste) verticale wanden op een afstand  $3a$  van elkaar. Het karretje is aan beide wanden bevestigd door middel van een massaloze, horizontale veer. Beide veren hebben dezelfde veerconstante  $k$  en natuurlijke lengte  $a$ . Op het karretje kan een voorwerp met massa  $m$  glijden zonder wrijving. Dit voorwerp is met 1 van de uiteinden (A) van het karretje verbonden door middel van een massaloze, horizontale veer met natuurlijke lengte  $\frac{a}{2}$  en krachtconstante  $k$ .
- (a) Bepaal de stabiele evenwichtsconfiguratie van het systeem.
- (b) Bepaal de eigenfrequenties behorende bij de kleine trillingen om deze stabiele evenwichtsstand.
- (c) Bepaal de bewegingsvergelijkingen van het systeem behorende bij de volgende beginvoorwaarden: het karretje en het voorwerp vertrekken beide vanuit rust, het karretje bevindt zich centraal ten opzichte van beide wanden en het voorwerp bevindt zich aan het uiteinde B van het karretje.



Figuur 2: Oefening 4