

# Examen Kans en Stat 2021

⊂ Wina

7 juni 2021

## Vraag 1

- Geef beide stellingen van Chebyshev en bewijs er één.
- Zij  $\hat{P}_1$  en  $\hat{P}_2$  schatters voor de proportie  $p_1$  en  $p_2$  van twee steekproeven van resp.  $n_1$  en  $n_2$  onderling onafhankelijke Bernoulli-verdeelde stochasten. De sommen van de reeksen zijn dus binominaal verdeeld. We definiëren een nieuwe schatter gegeven door

$$\tilde{P} = \frac{n_1 \hat{P}_1 + 2n_2 \hat{P}_2}{n_1 + n_2}$$

Toon dat  $\tilde{P}$  een overtekende schatter is voor  $p_1$  als  $p_1 = 2p_2$ .

- We willen een hypothesetest uitvoeren met  $H_0 : p_1 = 2p_2$  en  $H_1 : p_1 \neq 2p_2$ . Zoek een geschikte teststatistiek met behulp van  $\tilde{P}$ . Geef ook de verdeling ervan onder  $H_0$ . Je moet **geen** hypothesetest zelf uitvoeren.

## Vraag 2

Voor een genetisch onderzoek bestudeert men het voorkomen van een bepaald allel bij personen. De steekproef bevat 30% Europeanen, 60% Afrikanen en 10% Oceaniërs. Na het onderzoek weet je dat 15% van de Europeanen het allel hebben, 45% van de Afrikanen en maar 2% van de Oceaniërs.

- Wat is de kans dat een persoon uit de proef uit Oceanië komt, als we weten dat hij het allel niet draagt?
- Als we een groep van 200 personen nemen uit deze steekproef, allen drager van het allel, wat is dan de kans dat meer dan 10% hiervan Europeaan is?

## Vraag 3

We voerden een steekproef uit bij 250 Vlamingen en 200 Nederlanders met te vraag: 'Ben je bereid om je te laten vaccineren tegen Covid-19?'. 219 personen uit de Vlaamse en 154 personen uit de Nederlandse steekproef antwoordden positief op deze vraag. Je mag bij deze vraag aannemen dat  $n$  groot is.

- Voor een hypothesetest uit om te testen of de Vlamingen meer bereid zijn om zich te laten vaccineren dan de Nederlanders. Gebruik de p-waarde en doe de test op  $\alpha = 0.05$ .
- Maak een tekening en duidt de p-waarde hierop aan.
- Wat is de kans op een type-II fout als gegeven is dat het aantal Vlamingen dat positief antwoordde 15% hoger lag dan het aantal Nederlanders?<sup>1</sup>
- We willen een 90%-betrouwbaarheidsinterval construeren voor het percentage Vlamingen dat positief antwoordde. Daarbij moet de foutenmarge kleiner dan 0.025 zijn. Hoeveel proefpersonen zijn hier minimaal voor nodig?

---

<sup>1</sup>Het hoort eigenlijk 15%-punt (procent punt) te zijn, wat wil zeggen dat  $p_V - p_N = 15\%$ .

## Vraag 4

Dit was een vraag waarbij er R-output gegeven was waarmee je enkele berekenen moest maken, maar dit was heel analoog aan de laatste oefenzitting. Je moest ook een hypothesetest uitvoeren om te tonen dat het model zinvol was, ofwel dat  $\hat{\beta} \neq 0$ .