

Klassieke Mechanica Examen

20 januari 2017

1. Verklaar waarom en of de vergelijkingen van Lagrange gelden in een systeem met moving constraints. (8 ptn)
2. In een normaal systeem is de actie

$$S = 1/2 \int (\sum_{ab} G_{ab} \dot{q}_a \dot{q}_b - V(q)) dt$$

Voer een transformatie uit van t naar t^* . Hierbij is $t(t^*)$ of $t^*(t)$. Er geldt ook $dt = g(t^*) dt^*$ met $g(t^*)$ een willekeurige functie. Bepaal ook de nieuwe Lagrangiaan van het systeem. Los de Lagrangiaan op volgens de Euler-Lagrange variaties en trek conclusies. (4 ptn)

3. Beschouw een ring met straal R , die aan een constante snelheid ω rechtshandig ronddraait. De rotatie creert een gravitatie in de ring (zodat je op de binnenkant van de ring kan lopen) gelijk aan $9.8m/s^2$. Wat is de formule voor ω ? Iemand besluit het experiment van de Toren van Pisa uit te voeren in de roterende ring en gooit een bal naar beneden vanop een hoogte $R/2$. Bepaal waar de bal landt. (5 ptn)
4. Kleine vraagjes (elk 1 pt)
 - (a) Een geladen deeltje vliegt met snelheid v door een vacuum. Het passeert een hele boel magneetvelden en na het passeren is zijn baan een bepaalde hoek gedraait. Over de magneetvelden weet je niets concreet. Valt er iets te zeggen over de snelheid voorbij de magneetvelden van het deeltje of niet? Als wel, wat?
 - (b) Een massa m valt vanop hoogte h naar beneden en landt op een veer (rustlengte l , veerconstante k). Er is geen wrijving. Hoe hoog vliegt het deeltje terug omhoog?
 - (c) Een systeem met N vrijheidsgraden heeft kinetische energie $\sum_{ab} G_{ab} \dot{q}_a \dot{q}_b$. G is een functie van de q 's. Wat kan je zeggen over de eigenwaarden van G ?