

LaTeX opdracht Bewijzen en Redeneren Bachelor of science in Fysica, Wiskunde

- Werk de volgende opdracht **individueel** uit. U **moet** hier alleen aan werken. Geef ook geen files door aan anderen. Ingediende opdrachten die te zeer op elkaar lijken worden met 0 beoordeeld.
- Maak een `tex`-bestand met de naam `Achternaam-Voornaam.tex`. **Deze naamgeving is verplicht**. Compileer je tekst naar een `pdf`-bestand, en mail zowel het `tex`- als het `pdf`-bestand door
 - naar Prof. Arno Kuijlaars (`arno.kuijlaars@wis.kuleuven.be`) en
 - naar uw assistent Bart Bories, Niels Meesschaert of An Speelman (`voornaam.achternaam@wis.kuleuven.be`).
- De \LaTeX opdracht telt voor 2 punten mee (op 20) voor het examen van Bewijzen en Redeneren.
- Uiterste indiendatum is **vrijdag 17 augustus 2012** om 24 uur.

Let bij het gebruik van \LaTeX zeker op de volgende punten. Hiermee zullen we bij de quoteringsrekening houden.

- Maak de kop van uw document met `\title` en `\author`. Vermeld bij `\author` ook uw studentnummer.
- Voorzie een aantal gecentreerde formules van een nummer. Zorg er voor dat er tenminste één keer naar een formule terugverwezen wordt. Gebruik de \LaTeX commando's `\label` en `\ref`.
- Maak een referentielijst waarin u de literatuur vermeldt die u gebruikt. Als u een resultaat uit de cursus gebruikt, vermeld dat dan en neem in dat geval de cursustekst op in de lijst van referenties. Verwijs naar de referenties met het commando `\cite`.
- Zorg ervoor dat uw tekst een op zich zelf staand document is dat gelezen kan worden door iemand die deze opdracht niet kent. Maak goede en volledige zinnen.

Succes!

Een recursief gegeven rij

Een woord van lengte n uit een alfabet met 4 letters A , B , C en D is een opeenvolging van n letters. Zo zijn $AACBA$ en $BCADC$ twee woorden van lengte 5. Het totaal aantal woorden van lengte n is duidelijk 4^n want voor elke positie hebben we de keus uit 4 letters.

We noteren met a_n het aantal woorden van lengte n met een oneven aantal letters A .

- (a) Onderscheid de gevallen dat het woord al dan niet eindigt op een A en vind daaruit de recursie

$$a_{n+1} = 2a_n + 4^n.$$

- (b) Gebruik inductie om te laten zien dat

$$a_n < \frac{1}{2}4^n$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}$.

- (c) Laat zien dat de rij $\left(\frac{a_n}{4^n}\right)$ convergent is en bepaal de limiet.

De voortbrengende functie

Zij

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \tag{1}$$

de voortbrengende functie van de getallen a_n .

- (d) Laat zien dat

$$f(x) = \frac{x}{(1-2x)(1-4x)}.$$

- (e) Bereken hieruit a_n .

- (f) Wat is de convergentiestraal van de machtreeks (1) ?