

Meetkunde 1

31 September 2021

1. (a) Definieer de projectieve ruimte $\mathbb{R}P^n$.
(b) Bespreek het hypervlakmodel en bespreek het verschil tussen *eigenlijke* en *oneigenlijke punten*.
(c) Bespreek het verband tussen de projectieve ruimte $\mathbb{R}P^k$ en de affiene ruimte \mathbb{A}^k .
2. Zij β een booglengtegeparametriseerde kromme.
(a) Geef de definitie van de georiënteerde kromming van β .
(b) Toon aan dat β een deel van een cirkel is als en slechts als de kromming een constante verschillend van nul is.
(c) Toon aan dat absolute waarde van de georiënteerde kromming een euclidische invariant is.
3. We werken in de ruimte \mathbb{A}^2 . Er zijn 2 rechten ℓ en ℓ' met snijpunt A dan B, C, D op ℓ en B', C', D' op ℓ' zodat BB', CC' en DD' elkaar snijden in P . Toon aan dat $\frac{(C,B,A)}{(D,B,A)} = \frac{(C',B',A)}{(D',B',A)}$ zowel analytisch als synthetisch.
4. Zeg $\phi : \mathbb{R}P^1 \rightarrow \mathbb{R}P^1$ niet de identieke afbeelding een projectieve afbeelding met $\phi \circ \phi = I$ en met de eigenschap dat de afbeelding minstens 1 vast punt heeft.
(a) Toon aan dat de afbeelding exact 2 vaste punten heeft
(b) Neem $X \in \mathbb{R}P^1 \setminus \{A, B\}$. Toon aan dat de deilverhouding $(A, B, X, \phi(X))$ onafhankelijk is van de keuze van X .
5. Beschouw de krommen $\alpha : (-c, c) \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (\sqrt{2}t, t^2, 0)$ en $\beta : (-c, c) \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (-a, a, bt^2)$.
(a) Geef alle koppels (a, b) waarvoor α en β congruent zijn.
(b) Geef voor die waarden van a en b een expliciete isometrie van α naar β .