

1 Potentiaaltheorie

Vraag 1:

Beschouw een positieve elektrische lading q in het x,y -vlak bij een willekeurige $x = a$ en $y = b > 0$.

1. Geef een complexe potentiaal $\Omega(z)$ die dit beschrijft.
2. Voer een spiegellading in om het probleem te beschrijven in het halfvlak met een lading op $y = b$, zodat de lijn $y = 0$ op potentiaal nul wordt gehouden. Geef de totale $\Omega(z)$.
3. Controleer dat de potentiaal op $y = 0$ inderdaad 0 is.
4. Hoe noemen we dit soort randvoorwaarde?
5. Is de oplossing eenduidig; waarom wel/niet?
6. Beschouw het systeem van twee oneindige platen die op potentiaal nul gehouden worden en een oneindige lijnlading (puntlading in het vlak) op een afstand $d/3$ van een van de platen. Dus een plaat op de reële as, een andere evenwijdig ermee erboven op een afstand d , en een puntlading ertussen op een afstand $d/3$ van een van de platen. Gebruik nu de afbeelding $z = \exp(\pi w/d)$. Beschrijf deze afbeelding en bekijk wat er met de platen en de lading gebeurt.
7. Gebruik nu de potentiaal van het eerste deel van deze vraag om het nieuwe probleem op te lossen. Waarom kan je dit doen; wat wordt de uiteindelijke potentiaal tussen de twee platen?
8. Controleer of de oplossing aan alle eisen voldoet. Waarom is het een harmonische functie behalve in de bron?

Vraag 2: De functie $f(z)$ heeft een pool van orde n bij $z = z_0$. Welke singulariteit heeft de functie $f'(z)/f(z)$ in dat punt? wat is het residu in $z = z_0$?

Tip: Hoe ziet de functie f eruit in de buurt van z_0 ?