

Vragen uit oude examens Wiskunde I

Vraag 1 Beschouw

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto F(x, y) = (x + y)e^{-xy}.$$

(a) Bereken $\frac{\partial F}{\partial x}$ en teken de kromme in het xy -vlak waarvoor

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) = 0.$$

(b) Bereken de kritieke punten van F .

(c) Bepaal de aard van het kritieke punt dat zich in het eerste kwadrant bevindt. Betreft het een lokaal maximum, lokaal minimum of zadelpunt?

Vraag 2 Onderzoek de functie $f(x) = xe^{-x^2}$ en maak een schets van de grafiek.

Vraag 3 (a) Bepaal met de regel van Simpson de benadering S_4 voor de integraal

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx.$$

(b) Bepaal een waarde voor n waarvoor geldt

$$\left| \int_1^2 \frac{1}{x} dx - S_n \right| < 10^{-5}.$$

Vraag 4 Bereken het maximum en het minimum van de functie

$$f(x, y, z) = x - y + 2z$$

voor (x, y, z) beperkt tot het oppervlak $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$.

Vraag 5 Beschouw

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto F(x, y) = (x^2 - y^2 - 1)(x^2 + y^2 - r^2)$$

waarin $r > 0$ een vast getal is. De antwoorden op de vragen kunnen afhangen van de waarde van r .

(a) Maak een schets van het niveauoppervlak $F(x, y) = 0$. Maak hierbij een onderscheid tussen de gevallen $0 < r < 1$, $r = 1$ en $r > 1$.

(b) Bereken de kritieke punten van F . Hoeveel kritieke punten zijn er?

(c) Bepaal de aard van het kritieke punt $(0, 0)$. Betreft het een lokaal maximum, lokaal minimum of zadelpunt?

Vraag 6 De kromme K wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$K : r = \sqrt{2} \tan \theta$$

met $\theta \in [0, \pi/4]$.

- (a) Schets de kromme in het xy -vlak.
- (b) Stel een integraal op die het volume voorstelt van het omwentelingslichaam dat ontstaat door K rond de x -as te wentelen.
- (c) Benader de integraal uit (b) met behulp van de trapeziumregel T_4 .

[Als u onderdeel (b) niet hebt kunnen maken, werk dan met de integraal $\int_0^1 \frac{x^2}{2-x^3} dx$.

Let op dat dit niet het juiste antwoord is op onderdeel (b)]