

Proefexamen AN I december 2021

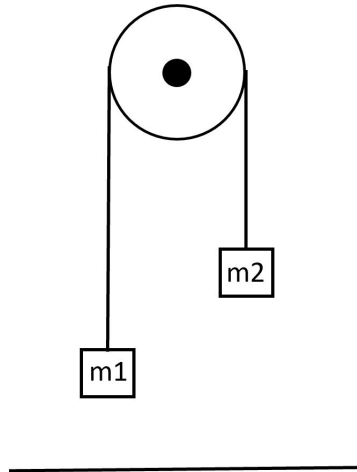
10 december 2021

Vraag 1

- (a) Geef de definitie voor het traagheidsmoment.
- (b) Beschrijf in eigen woorden de betekenis van het woord traagheidsmoment.
- (c) Geef de stelling van Steiner en bewijs.
- (d) Gegeven is een homogene schijf van straal R met een rotatieas door het massacentrum en loodrecht op het oppervlak. Bepaal het traagheidsmoment van de schijf.
- (e) Beschouw nu diezelfde schijf, maar met een gat in geboord van straal R_1 en middelpunt op een afstand d van onze oorspronkelijke schijf. Bereken ook van deze nieuwe schijf het traagheidsmoment.

Vraag 2

Aan een katrol (met verwaarloosbare wrijvingskracht en verwaarloosbare massa) hangen aan een niet-elastisch touw (verwaarloosbare massa) 2 blokjes met ongelijke massa's, $m_1 = 4$ kg en $m_2 = 6$ kg. Iemand trekt het blokje met de lichte massa (m_1) verticaal naar beneden tot op een bepaalde hoogte h_1 van de grond en houdt het daar vast. Op dat moment hangt het tweede blokje stil aan de andere kant van de katrol op een hoogte h_2 t.o.v. de grond. Vervolgens laat de persoon het blokje m_1 los, zodat het katrolsysteem in beweging komt. Geef een uitdrukking voor de totale tijd tussen het moment waarop m_1 wordt losgelaten en het moment waarop m_2 op de grond belandt, in functie van de hoogte h_2 en g .



Antwoord

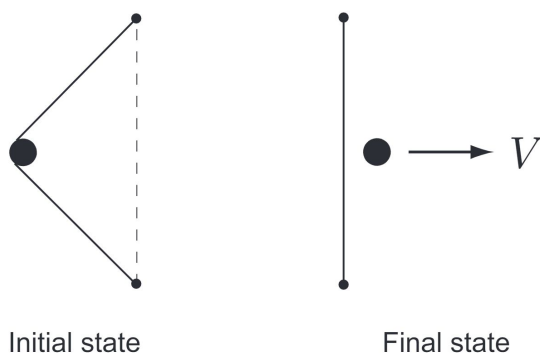
Pas de tweede wet van Newton toe op beide massa's en haal hier de versnelling uit. Gebruik daarna de formules voor een EVRB.

$$t = \sqrt{\frac{10h_2}{g}}$$

Vraag 3

Een katapult wordt gemaakt door een licht elastisch koord met rustlengte $2b$ vast te zetten tussen twee vaste punten (op afstand $2b$ van elkaar). De veerconstante van het koord is k . Een steen met massa m wordt gebruikt als projectiel. Het koord wordt een afstand $3b/4$ achteruit gebracht en dan wordt de steen afgevuurd.

- (a) Met welke snelheid wordt de steen afgevuurd als de katapult verticaal staat (zie figuur)?
- (b) Met welke snelheid wordt de steen afgevuurd als de katapult onder een hoek van 30° naar links wordt gekanteld t.o.v. de verticale as? Het onderste vaste punt blijft op dezelfde positie als in vraag (a).
- (c) verklaar kort waarom de snelheid in vraag (b) groter/kleiner is dan in vraag (a).



Antwoord

- (a) zie Gregory Problem 6.10

$$v = \sqrt{\frac{kb^2}{4m}}$$

- (b) $v = \sqrt{\frac{kb^2}{4m} + 2gb \cos \frac{\pi}{6} - \frac{5}{2}b \cos(\frac{\pi}{6} + \arccos \frac{4}{5})}$

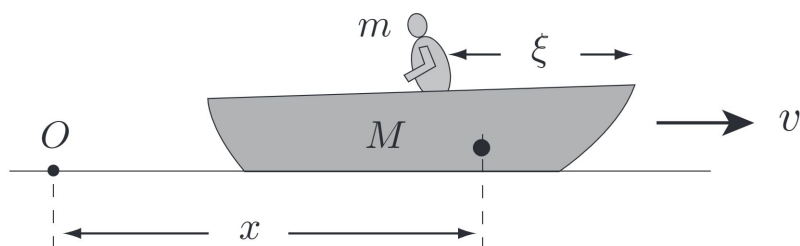
- (c) De snelheid in vraag (b) is kleiner dan de snelheid in vraag (a), want in vraag (a) wordt alle beginenergie omgezet in kinetische energie. In vraag (b) gaat er ook een deel naar gravitatie-energie.

Vraag 4

- (a) Een boot met massa M staat stil. In de boot zit een man met massa m . Vervolgens staat deze man op en beweegt van de voorkant van de boot naar de achterkant over een afstand ξ . Hierdoor krijgt de boot een snelheid v . Het water geeft een weerstand aan de boot die lineair is met de snelheid van de boot. Toon aan dat de verplaatsing van de boot gelijk is aan:

$$\dot{x} + Kx = \frac{m}{M+m} * \dot{\xi}$$

- (b) Stel nu dat er geen weerstand is van het water. Hoe ver verplaatst de boot zich dan over het water als de man 100 kg weegt en zich 4 meter verplaatst en de boot 200 kg weegt? Hoe ver is het massacentrum van de boot verwijderd van de initiële locatie? Hoe ver is het massacentrum van het volledige systeem (boot + man) verwijderd van de initiële locatie?



Antwoord

- (a) Gebruik de tweede wet van Newton op het systeem:

$$-K(M+m)\dot{x} = (M+m)a_{MC}$$

We weten:

$$a_{MC} = \ddot{x}_{MC} = \frac{M}{M+m}\ddot{x}_b + \frac{m}{M+m}\ddot{x}_p$$

en $\ddot{x}_b = \ddot{x}$, $\ddot{x}_p = \ddot{x} - \ddot{\xi}$

Vul dit in, in de eerste vergelijking en integreer.

- (b) Er is geen resulterende uitwendige kracht op het systeem, dus er is behoud van impuls. Het massacentrum van de boot is 2 meter verplaatst. Het massacentrum van het volledige systeem is niet verplaatst, want er is behoud van impuls.